

Valoración numérica del daño en estructuras de hormigón armado – Análisis numérico de la reparación/ refuerzo con FRP de estructuras dañadas.

S. Oller^a, A. H. Barbat^a, M. Molina^{a, b}, J. C. Vielma^c, X. Martínez^a

^a Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE). Univ. Politécnica de Catalunya, Barcelona España.

^b Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola. Facultad de Ingeniería. Univ. Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.

^c Lisandro Alvarado University, UCLA, Barquisimeto, Venezuela

Resumen

En este trabajo se presenta un procedimiento para evaluar la magnitud del *daño local* (en cada punto de la estructura) y el *daño global* en estructuras sometidas a acciones estáticas y dinámicas, con especial énfasis en el problema sísmico. Además de la formulación para la evaluación del daño, se introduce el concepto de refuerzo y reparación estructural mediante laminados compuestos de matriz epoxi con refuerzo de fibras de carbono (CFRP). Para esta finalidad, se menciona la utilización de la *teoría de mezclas*, para componer un material compuesto a partir de sus componentes básicas. También se evalúa el daño en estas estructuras reforzadas y/o reparadas y se comenta la influencia de estas mejoras en la valoración del daño global de la estructura.

1. INTRODUCCIÓN AL COMPORTAMIENTO NO-LINEAL DE LAS ESTRUCTURAS Y VALORACIÓN DEL ESTADO DE DAÑO.

En este trabajo se presenta una descripción metodológica que permite evaluar el *daño global* en estructuras de hormigón armado sometidas a acciones estáticas/dinámicas. Primeramente definiremos estado de *daño local* de un punto de la estructura, al estado mecánico que resulta luego que este inicie un proceso no-lineal disipativo provocado por diversos mecanismos internos (pérdida de resistencia por efecto de la degradación de rigidez, por incremento de deformaciones irreversibles, por fatiga cíclica, etc.). A partir del concepto de *daño local* en un punto del sólido, se deduce por extensión el índice de *daño global* estructural.

En esta descripción metodológica que aquí se presenta, se utiliza la técnica de elementos finitos para aproximar el campo de desplazamientos y a partir de él obtener el estado de deformación con los que se calculará el correspondiente estado de tensión en cada punto de la estructura. La formulación es general y se puede utilizar en estructuras tridimensionales, bidimensionales y elementos estructurales de láminas y barras. En los elementos estructurales se utiliza una formulación apropiada para placas de Reissner-Mindlin (Zienkiewicz and Taylor 1991) y barras Timoshenko (Zienkiewicz and Taylor 1991) subdivididos en capas entrecruzadas (fibras en las vigas) (Oller et al. 1996). Esto permite obtener los estados tensionales elástico predictivo en cada punto de la estructura y a partir de ellos utilizar un modelo constitutivo formulado en tensión-deformación para obtener el correcto estado tensional del punto. Esta forma de trabajar permite incluir cualquier fenómeno mecánico que acerque más la simulación numérica a la realidad del problema (plasticidad, degradación de rigidez, problemas viscosos, etc.).

En otros trabajos ya publicados por los autores (Oller et al. 1992, Barbat et al. 1992, 1994, Hanganu et al. 1992, 1993, 1993), se ha desarrollado una metodología de simulación del daño ocurrido en estructuras de hormigón armado durante terremotos. Dicha metodología se apoyaba en un modelo constitutivo de degradación isótropo (Oliver et al. 1990), que derivaba de la teoría de Kachanov 1958. En aquellos trabajos, se entiende por daño el grado de degradación estructural *-pérdida de rigidez-* y se caracteriza por un índice escalar

normalizado que varía entre $0 \leq d \leq 1$, según el material esté en estado virgen o totalmente degradado sin resistencia residual, respectivamente.

En este trabajo, se extiende dicho concepto con la finalidad de que este índice pueda incluir otros fenómenos disipativos como la plasticidad y la degradación a la vez, permitiendo un mejor acercamiento al concepto de deterioro en un punto de la estructura. Este índice más general, basado en la normalización de fuerza residual no equilibrada, preserva la definición del índice de daño local con la misma objetividad que se ha propuesto en trabajos previos (Oller et al. 1992, Barbat et al. 1992, 1994, Hanganu et al. 1992, 1993, 1993), es decir como un escalar acotado entre cero y uno, que permite definir el estado del punto desde no dañado a totalmente dañado respectivamente.

2. ECUACIÓN DE EQUILIBRIO DINÁMICO – ELEMENTOS FINITOS.

La ecuación de equilibrio dinámico de un sólido discreto sometido acciones externas variables en el tiempo puede obtenerse directamente a partir de la 1ra. Ley de la termodinámica (Malvern 1969, Lubliner 1980) y de conocimientos previos sobre el método de los elementos finitos que se considera tiene el lector (Zienkiewicz and Taylor 1991), se puede escribirse la ley de conservación en la siguiente forma (ver Oller et al. 1992, Oller 2001),

$$\int_V \sigma_{ij} \nabla_i^S \dot{u}_j dV = \oint_S t_i \dot{u}_i dS + \int_V \rho b_i \dot{u}_i dV - \int_V \rho \dot{u}_i \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial t} dV \quad (1)$$

Donde t_i es la fuerza de superficie aplicada sobre el contorno S , (siendo $t_i = \sigma_{ij} n_j$, tal que σ_{ij} es el tensor de tensiones de Cauchy y n_j el vector normal a la superficie S que envuelve el sólido); b_i fuerzas de volumen por unidad de masa; $\rho = \partial M / \partial V$ la densidad de masa, M la masa y V el volumen; $v_i = du_i / dt = \dot{u}_i$ es el campo de velocidades (si $t=cte$. entonces la velocidad $v_i = \dot{u}_i$ se transforma en un incremento temporal del campo de los desplazamientos, y la potencia introducida se transforma en el incremento temporal de trabajo introducido). Donde la velocidad de deformación, ahora incremento temporal de deformación, puede escribirse como $D_{ij} = \{L_{ij}\}_S = \{\nabla_i^S \dot{u}_j\}_S = \{\dot{F}_{ij} F_{kj}^{-1}\}_S$, que sustituida en la anterior, resulta el equilibrio de potencias en un sólido continuo,

Además, basado en la técnica de elementos finitos, se aproxima mediante una función polinómica normalizada a la unidad $N_{jk}(x, y, z)$ de soporte local que recibe el nombre de función de forma el campo continuo de desplazamientos $u_j(x, y, z)$ o velocidades $\dot{u}_j(x, y, z)$,

$$u_j(x, y, z)|_{\Omega^e} = N_{jk}(x, y, z) U_k|_{\Omega^e} \Rightarrow \dot{u}_j(x, y, z)|_{\Omega^e} = N_{jk}(x, y, z) \dot{U}_k|_{\Omega^e} \quad (2)$$

Esta función $N_{jk}(x, y, z)$, que actúa sobre un dominio acotado Ω^e denominado elemento finito, permite aproximar dentro de dicho dominio los campos de desplazamientos $u_k(x, y, z)$, velocidades $\dot{u}_k(x, y, z)$ y aceleraciones $\ddot{u}_k(x, y, z)$ mediante la valoración de sus respectivas magnitudes $U_k, \dot{U}_k, \ddot{U}_k$ en un número finito de puntos, denominado nodos, pertenecientes al dominio del elemento finito Ω^e . De esta forma puede establecerse los campos derivados del desplazamiento, como lo es entre otros la deformación de Almansi $e_{ik} = \nabla_i^S u_k$. Esto es,

$$u_j(x, y, z)|_{\Omega^e} = N_{jk}(x, y, z) U_k|_{\Omega^e} \Rightarrow e_{ij}|_{\Omega^e} = \nabla_i^S u_j|_{\Omega^e} = \nabla_i^S N_{jk} U_k|_{\Omega^e} \quad (3)$$

Se denomina método de los elementos finitos al procedimiento numérico que surge de utilizar esta aproximación polinómica para las funciones de campo (Zienkiewicz and Taylor Vol. 1). Esta aproximación reduce las infinitas incógnitas de la función de campo a un número finito de incógnitas, definidas en ciertos puntos preestablecidos como nodos del elemento finito.

Sustituyendo la aproximación (2) y (3) en la ecuación (1), puede escribirse la ecuación de equilibrio de potencias a partir de la siguiente aproximación

$$\left[\int_{V^e} \sigma_{ij} \nabla_i^S N_{jk} dV \right] \dot{U}_k|_{\Omega^e} = \left[\oint_{S^e} t_i N_{ik} dS + \int_{V^e} \rho b_i N_{ik} dV - \int_{V^e} \rho N_{ki} N_{ij} \ddot{U}_j dV \right] \dot{U}_k|_{\Omega^e} \quad (4)$$

Pero esta ecuación se cumple para cualquier velocidad $\dot{U}_k|_{\Omega^e}$, por lo tanto la igualdad establecida en la ecuación (4) es independiente de esta velocidad, obteniéndose de aquí la siguiente ecuación de equilibrio de fuerzas dinámicas para el sólido discreto

$$\underbrace{\int_{V^e} \sigma_{ij} \nabla_i^S N_{jk} dV}_{\bar{B}_{ijk}|_{\Omega^e}} \Big|_{\Omega^e} = \underbrace{\oint_{S^e} t_i N_{ik} dS + \int_{V^e} \rho b_i N_{ik} dV}_{f_k^{\text{ext}}|_{\Omega^e}} \Big|_{\Omega^e} - \underbrace{\int_{V^e} \rho N_{ki} N_{ij} dV}_{f_k^{\text{mas}}|_{\Omega^e}} \Big|_{\Omega^e} \cdot \ddot{U}_j|_{\Omega^e} \quad (5)$$

$$M_{kj} \ddot{U}_j + f_k^{\text{int}} = f_k^{\text{ext}} \quad \in \Omega_0^e$$

siendo $f_k^{\text{int}}|_{\Omega^e}$, $f_k^{\text{mas}}|_{\Omega^e}$ y $f_k^{\text{ext}}|_{\Omega^e}$ los conjuntos ordenados, en forma de matrices columna, de las fuerzas interna, másica y externa que se desarrollan en cada punto del sistema discreto que aproxima el continuo, $\ddot{U}_j|_{\Omega^e}$ la aceleración en dichos puntos, $M_{kj}|_{\Omega^e}$ la masa elemental y $\bar{B}_{ijk}|_{\Omega^e} = \nabla_i^S N_{jk}|_{\Omega^e}$ el tensor de compatibilidad de deformaciones o gradiente simétrico de la función de forma. siendo M_{kj} la matriz de masa (ver Oller 2001).

Desde un punto de vista mecánico-numérico, la no linealidad en la ecuación (5) puede estar originada por distintos fenómenos,

- **No linealidad constitutiva**, que resulta de la pérdida de linealidad entre el campo de tensiones y deformaciones $\sigma_{ij} - e_{ij}$, tal como ocurre en la plasticidad, daño etc. Esta no linealidad ocurre debido al cambio de propiedades que sufre el material durante su comportamiento mecánico y se refleja en su tensor constitutivo \mathbb{C}_{ijkl} .
- **No linealidad por grandes deformaciones**, que es debida a la influencia no lineal que tiene el cambio de configuración del sólido en el campo de deformaciones. Este cambio de configuración también altera el tensor constitutivo \mathbb{C}_{ijkl} , y por ello establece una relación no lineal entre tensiones y deformaciones. Además, estos cambios de configuración son producidos por grandes movimientos, traslaciones y rotaciones, que también producen cambios en el sistema de referencia local en los

puntos del sólido, afectando por ello al tensor de compatibilidad de deformaciones \bar{B}_{ijk} .

- **No linealidad por grandes desplazamientos**, que a diferencia de las grandes deformaciones, sólo afecta al tensor de compatibilidad de deformaciones \bar{B}_{ijk} , porque en este caso sólo ocurren cambios en el sistema de referencia local de los puntos del sólido como consecuencia de grandes movimientos.

Estas posibles no linealidades pueden ocurrir todas a la vez o por separado.

La ecuación (5) representa el equilibrio en el dominio un único elemento finito Ω^e , y su participación en dominio global Ω se realiza a través del concepto de “ensamblaje” de esta ecuación de equilibrio junto a otras similares pertenecientes a otros elementos finitos que comparten el dominio del sólido. Esta operación se realiza mediante el operador lineal \mathbf{A} que representa la suma entre las componentes de la fuerza, según corresponda a la posición y dirección de las contribuciones locales.

2.1. Problema No-Lineal – Linealización de la Ecuación de Equilibrio.

En el caso que haya linealidad en el comportamiento del sólido, se cumple la siguiente relación de equilibrio global, cuya expresión resulta del ensamblaje de las ecuaciones de equilibrio local representadas en la ecuación (5)

$$0 = \mathbf{A} \left[f_k^{\text{mas}} + f_k^{\text{int}} - f_k^{\text{ext}} \right]_{\Omega^e} = \Delta f_k \Big|_{\Omega} \quad (6)$$

La no linealidad en el comportamiento global del sólido se manifiesta como una fuerza residual $\Delta f_k \Big|_{\Omega}$, provocada por el desequilibrio entre las fuerzas interiores $f_k^{\text{int}} \Big|_{\Omega}$, las fuerzas másicas $f_k^{\text{mas}} \Big|_{\Omega}$ y las exteriores $f_k^{\text{ext}} \Big|_{\Omega}$. Este desequilibrio, en un cierto instante de tiempo “t” del proceso dinámico, puede eliminarse mediante la linealización de esta fuerza residual $\Delta f_k \Big|_{\Omega}$ (6), en la vecindad del estado de equilibrio actual (i+1). Para ello es necesario forzar el equilibrio en el estado actual (i+1) y expresar dicha condición mediante una expansión en serie de Taylor truncada en su primera variación,

$$0 = \mathbf{A}^{i+1} \left[\Delta f_k \Big|_{\Omega^e} \right]^t \cong \mathbf{A}^i \left[\Delta f_k \Big|_{\Omega^e} \right]^t + \mathbf{A} \left[\left[\frac{\partial (\Delta f_k)}{\partial U_r} \right]_{\Omega^e}^i \cdot \left[\Delta U_r \Big|_{\Omega^e} \right]^t \right] \quad (7)$$

$$0 = {}^{i+1} \left[\Delta f_k \Big|_{\Omega} \right]^t \cong {}^i \left[\Delta f_k \Big|_{\Omega} \right]^t + \mathbf{A} \left[\left[M_{kj} \frac{\partial \ddot{U}_j}{\partial U_r} + \frac{\partial f_k^{\text{int}}}{\partial U_r} + \frac{\partial f_k^{\text{int}}}{\partial \dot{U}_j} \frac{\partial \dot{U}_j}{\partial U_r} - \frac{\partial f_k^{\text{ext}}}{\partial U_r} \right]_{\Omega^e}^i \cdot \left[\Delta U_r \Big|_{\Omega^e} \right]^t \right]$$

donde la aceleración y la velocidad deben expresarse mediante una aproximación lineal en diferencias finitas (ver Oller 2001), como el método de Newmark. Sustituyendo en esta ecuación las fuerzas internas y másicas expresadas en la ecuación (5), se tiene,

$$0 = \mathbf{A} \left[M_{kj} \ddot{U}_j + \int_{V^e} \sigma_{ij} \nabla_i^S N_{jk} dV - f_k^{\text{ext}} \right]_{\Omega^e}^i +$$

$$+ \mathbf{A} \left[\left(\int_{V^e} \rho N_{ki} N_{ij} dV \right) \frac{\partial \ddot{U}_j}{\partial U_r} + \left(\int_{V^e} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial e_{st}} \frac{\partial e_{st}}{\partial U_r} \nabla_i^S N_{jk} dV \right) + \left(\int_{V^e} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial D_{st}} \frac{\partial D_{st}}{\partial \dot{U}_m} \nabla_i^S N_{jk} dV \right) \frac{\partial \dot{U}_m}{\partial U_r} - \frac{\partial f_k^{\text{ext}}}{\partial U_r} \right]_{\Omega^e}^i \cdot$$

$$\cdot \mathbf{A}^{i+1} \left[\Delta U_r \Big|_{\Omega^e} \right]^t$$

Tal que particularizando esta ecuación de equilibrio dinámico para un material cuya ley constitutiva visco elasto-plástica es del tipo $\sigma_{ij} = \rho(\partial\Psi(e_{ij}, p_i)/\partial e_{ij}) = \mathbb{C}_{ijkl} : e_{kl}^e + \xi_{ijkl} : D_{kl}$ para una relación cinemática del tipo $e_{ij} = \nabla_i^S u_j = \nabla_i^S N_{jk} U_k$, y $D_{ij} = \nabla_i^S \dot{u}_j = \nabla_i^S N_{jk} \dot{U}_k$, resulta,

$$0 = \mathbf{A}_{\Omega^e} \left[M_{kj} \ddot{U}_j + \int_{V^e} \sigma_{ij} \nabla_i^S N_{jk} dV - f_k^{\text{ext}} \right]_{\Omega^e}^t + \mathbf{A}_{\Omega^e} \left[\left(\int_{V^e} \rho N_{ki} N_{ij} dV \right) \frac{\partial \ddot{U}_j}{\partial U_r} + \left(\int_{V^e} (\nabla_s^S N_{tr}) \mathbb{C}_{ijst}^T (\nabla_i^S N_{jk}) dV \right) + \left(\int_{V^e} (\nabla_s^S N_{tr}) \xi_{ijst}^T (\nabla_i^S N_{jk}) dV \right) \frac{\partial \dot{U}_m}{\partial U_r} - \frac{\partial f_k^{\text{ext}}}{\partial U_r} \right]_{\Omega^e}^t + \mathbf{A}_{\Omega^e}^{i+1} [\Delta U_r]_{\Omega^e}^t \quad (8)$$

$$0 = {}^i [\Delta \mathbf{f}_k]_{\Omega}^t + {}^i [\mathbb{J}_{kr}^T]_{\Omega}^t \cdot {}^{i+1} [\Delta U_r]_{\Omega}^t$$

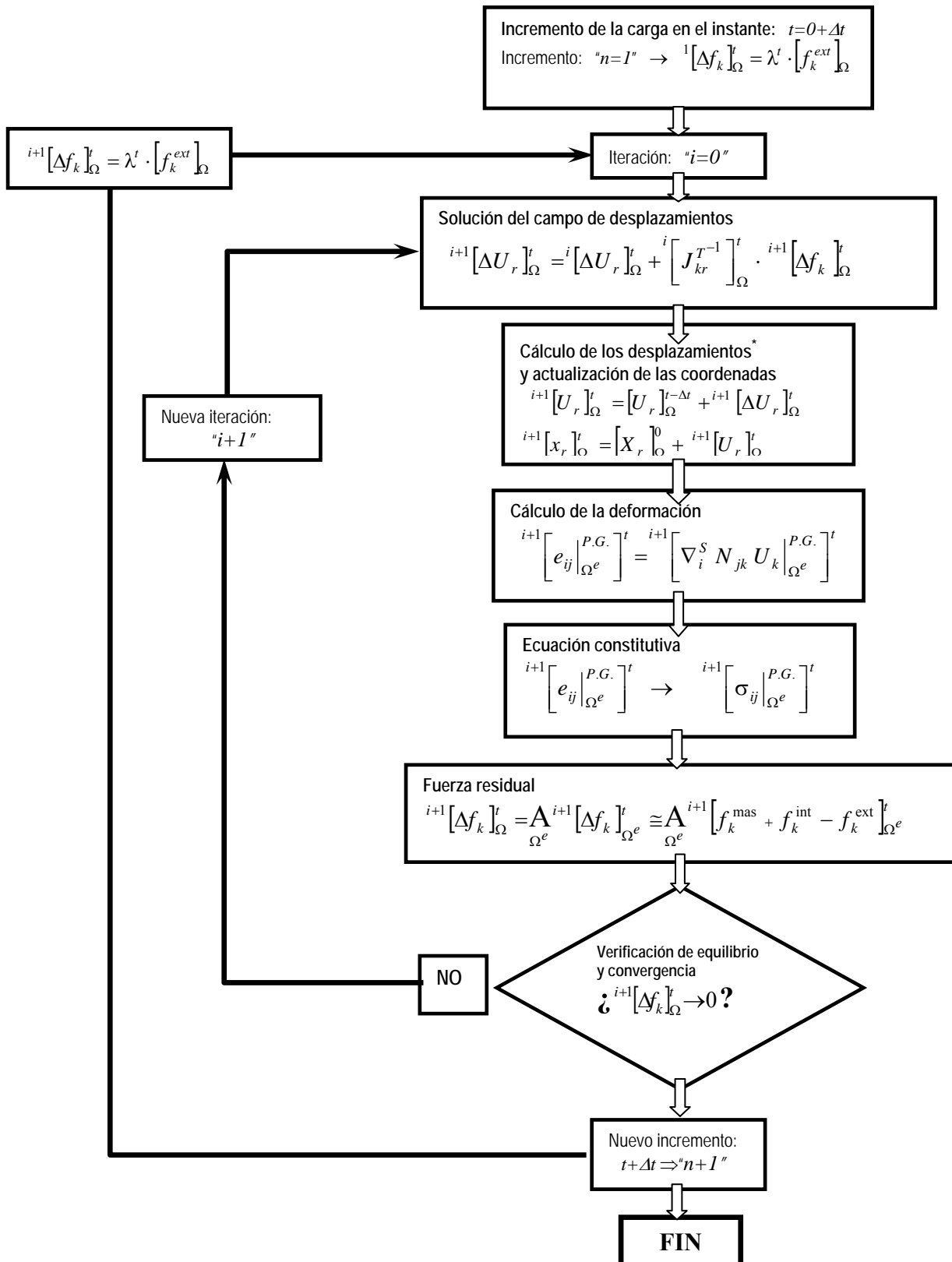
donde $\xi_{ijst}^T = \xi^T$ es el tensor de viscosidad tangente y $\mathbb{J}_{kr}^T = \mathbb{J}^T$ es el operador jacobiano, que en un problema estático se convertiría en la matriz de rigidez tangente. Esta ecuación puede también presentarse en la siguiente forma matricial, donde se detallan los operadores que contribuyen a la definición del jacobiano,

$$0 = {}^{i+1} [\Delta \mathbf{f}]_{\Omega}^t \cong {}^i [\Delta \mathbf{f}]_{\Omega}^t + \underbrace{\left[\mathbb{M} \frac{\partial \ddot{\mathbf{U}}}{\partial \mathbf{U}} + \mathbb{K}^T + \mathbb{D}^T \frac{\partial \dot{\mathbf{U}}}{\partial \mathbf{U}} - \frac{\partial \mathbf{f}^{\text{ext}}}{\partial \mathbf{U}} \right]_{\Omega}^t}_{{}^i \mathbb{J}_{\Omega}^t} \cdot {}^{i+1} [\Delta \mathbf{U}]_{\Omega}^t \quad (9)$$

Siendo esta última la ecuación de equilibrio linealizada, donde $[\mathbb{K}^T]_{\Omega} = \mathbf{A}_{\Omega^e} \int_{V^e} (\nabla^S \mathbf{N}) : \mathbb{C}^T : (\nabla^S \mathbf{N}) dV$ representa la matriz de rigidez tangente, $[\mathbb{M}]_{\Omega} = \mathbf{A}_{\Omega^e} \int_{V^e} \rho \mathbf{N} : \mathbf{N} dV$ es la matriz de masa, $[\mathbb{D}^T]_{\Omega} = \mathbf{A}_{\Omega^e} \int_{V^e} (\nabla^S \mathbf{N}) : \xi^T : (\nabla^S \mathbf{N}) dV$ es la matriz de amortiguación tangente, todas ellas definidas en todo el dominio Ω , \mathbb{C}_{ijst}^T el tensor tangente correspondiente a la ley constitutiva utilizada en cada punto del sólido y $\mathbf{f}^{\text{ext}} = \mathbf{A}_{\Omega^e} \left[\oint_{S^e} \mathbf{N} : \mathbf{t} dS + \int_{V^e} \rho \mathbf{N} : \mathbf{b} dV \right]$ es la fuerza exterior que se expresa como. La fuerza

desequilibrada en el sólido ${}^{i+1} [\Delta \mathbf{f}_k]_{\Omega}^t$ se elimina siguiendo una resolución por Newton-Raphson hasta que este residuo resulte despreciable, situación que se conoce como convergencia del proceso linealizado hacia la solución exacta (ver Figura 1).

En la Figura 1 se describe el equilibrio espacial, dejando el tratamiento de la convergencia en el tiempo para ser tratado en un estudio más profundo de los métodos de resolución en el tiempo de la ecuación de equilibrio dinámico.



* **NOTA:** El campo de velocidades y aceleraciones deben calcularse según el método aproximación de la aceleración (ver a modo de ejemplo el método de Newmark)

Figura 1 – Representación esquemática de la resolución del problema no lineal mediante Newton-Raphson.

3. DISTINTOS TIPOS DE PROBLEMAS DINÁMICOS/ESTÁTICOS NO-LINEALES.

A continuación se hace una breve presentación de los distintos tipos de comportamiento que introducen no-linealidad en los problemas dinámicos y/o estáticos y que inducen al deterioro de puntos pertenecientes a una estructura. En principio y en consecuencia con el alcance de éste trabajo, se presenta brevemente los conceptos de elasticidad retardada y relajación de tensiones, que ocurren en problemas dinámicos y que dan lugar al denominado amortiguamiento viscoso y disipan energía dependiente de la velocidad. También la plasticidad y daño, que contribuyen a la disipación de la energía independiente de la velocidad, situación que también ocurre en problemas estáticos. Aunque las grandes deformaciones también inducen no-linealidad en el problema dinámico no será tratada en este capítulo. Para determinar si un punto del sólido está en un estado de pequeñas deformaciones, se debe cumplir que el determinante del gradiente de deformaciones sea cercano a la unidad,

$$\det|\mathbf{F}| = \frac{dV}{dV_0} \cong 1 \quad (10)$$

Resultando en este caso la coincidencia entre las tensiones de Cauchy y de Piola Kirchoff $\sigma_{ij} = S_{ij}$, entre la velocidad de deformación en la configuración actualizada y la correspondiente magnitud infinitesimal $D_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}$ y entre la densidad en las distintas configuraciones $\rho = \rho_0$. Con estas condiciones particulares los desplazamientos y deformaciones son despreciables frente a las dimensiones del sólido y por lo tanto puede escribirse la medida de deformación de la siguiente forma,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}\mathbf{F}^T - \mathbf{I}) = \nabla^S \mathbf{u} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right] \quad (11)$$

Además, para un material particular cuyo comportamiento es elástico y en pequeñas deformaciones, ocurre la siguiente coincidencia en la definición de las deformaciones ($\mathbf{e} = \mathbf{E} = \boldsymbol{\varepsilon}$), y la energía libre se escribe en la siguiente forma simplificada,

$$\Psi = \frac{1}{2\rho_0} (\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (12)$$

tal que sustituida en la segunda ley de la termodinámica (desigualdad de Clausius-Duhem) resulta la siguiente ley constitutiva (ver Oller 2001),

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (13)$$

donde el tensor constitutivo \mathbb{C} coincide exactamente con el obtenido mediante la ley de Hooke generalizada, y cuya expresión canónica es la siguiente,

$$\mathbb{C}_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (14)$$

Donde λ y μ son las constantes de Lamé y δ_{ij} es el tensor de Kroneker. El tensor de elasticidad de Hooke resulta definido positivo y posee las siguientes simetrías

$$\mathbb{C}_{ijkl} = \mathbb{C}_{klij} = \mathbb{C}_{ijlk} = \mathbb{C}_{jilk} \quad (15)$$

Cauchy definía cuerpo elástico como “aquel en el cual las deformaciones en cualquier punto del sólido quedan determinadas por su estado de tensión y temperatura”. En contraste con esta definición, se tendrá un material con comportamiento inelástico, cuando es necesario

establecer unas definiciones adicionales a las propias de la teoría de la elasticidad clásica, cuya formulación está relacionada con la historia del comportamiento del material. Esta situación hace que no pueda garantizarse una relación biunívoca entre el tensor de tensiones y el de deformaciones, o dicho de otra forma, que no son relaciones invertibles una de otra.

3.1. No linealidad en los Materiales.

La influencia del tiempo produce en algunos sólidos comportamientos irrecuperables. Básicamente pueden establecerse tres tipos de comportamientos no lineales dependientes del tiempo:

- **Elasticidad retardada o “creep”**, donde ocurren crecimiento de deformación a tensión aplicada constante (ver Figura 2).
- **Relajación de tensiones**, donde se produce pérdida de tensión mientras el nivel de deformaciones se mantiene constante. Este comportamiento, aunque no invertible, representa la forma implícita inversa de la elasticidad retardada (ver Figura 2)
- **Visco-plasticidad** cuyo comportamiento no lineal se debe a un crecimiento del campo de deformaciones inelásticas, pero esto ocurre siempre que el campo de tensiones supere unos umbrales preestablecidos (ver Figura 4).

Hay también materiales que tienen también mecanismos que conducen a comportamientos no lineales independientes del tiempo, que puede ser consecuencia de,

- **Plasticidad o comportamiento con flujo instantáneo**. Este comportamiento puede matemáticamente establecerse como un caso particular del comportamiento viscoplástico, pero la física del problema es cualitativamente diferente. Este concepto se lo describirá también con detalle en capítulos posteriores. (ver Figura 3).
- **Daño o degradación de rigidez**, que produce en los materiales una pérdida de resistencia como consecuencia de una degradación en la elasticidad del material.

Estos comportamientos pueden presentarse en forma aislada o participar todos ellos en distinto grado. Sobre la modelización constitutiva y su influencia en el comportamiento estructuras se recomienda profundizar el estudio en las fuentes orientadas a esta finalidad (ver Oller 2001).

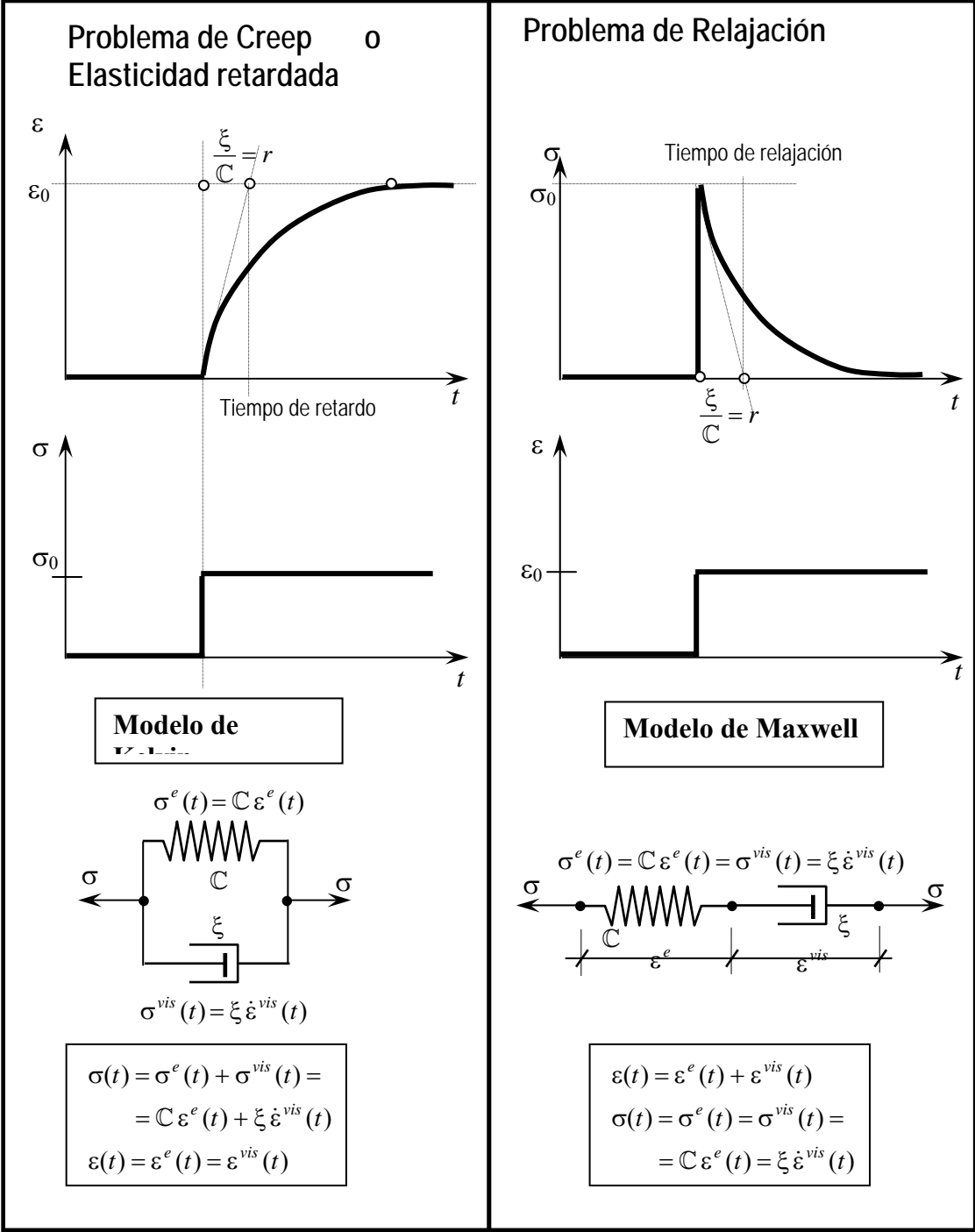


Figura 2 – Formas simplificadas de entender el comportamiento viscoso de Kelvin y Maxwell.

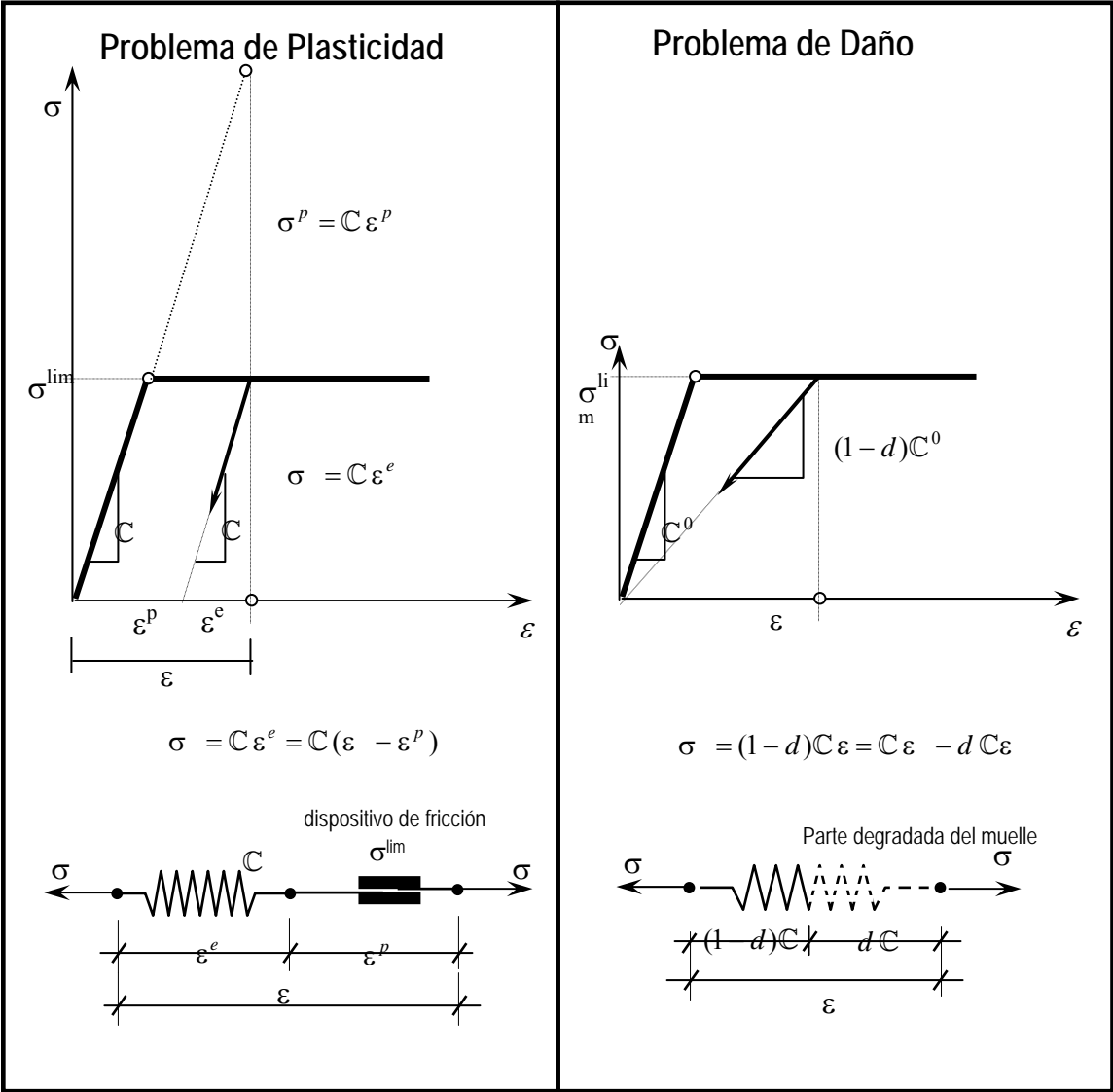


Figura 3 – Formas simplificadas de entender el comportamiento elastoplástico y daño.

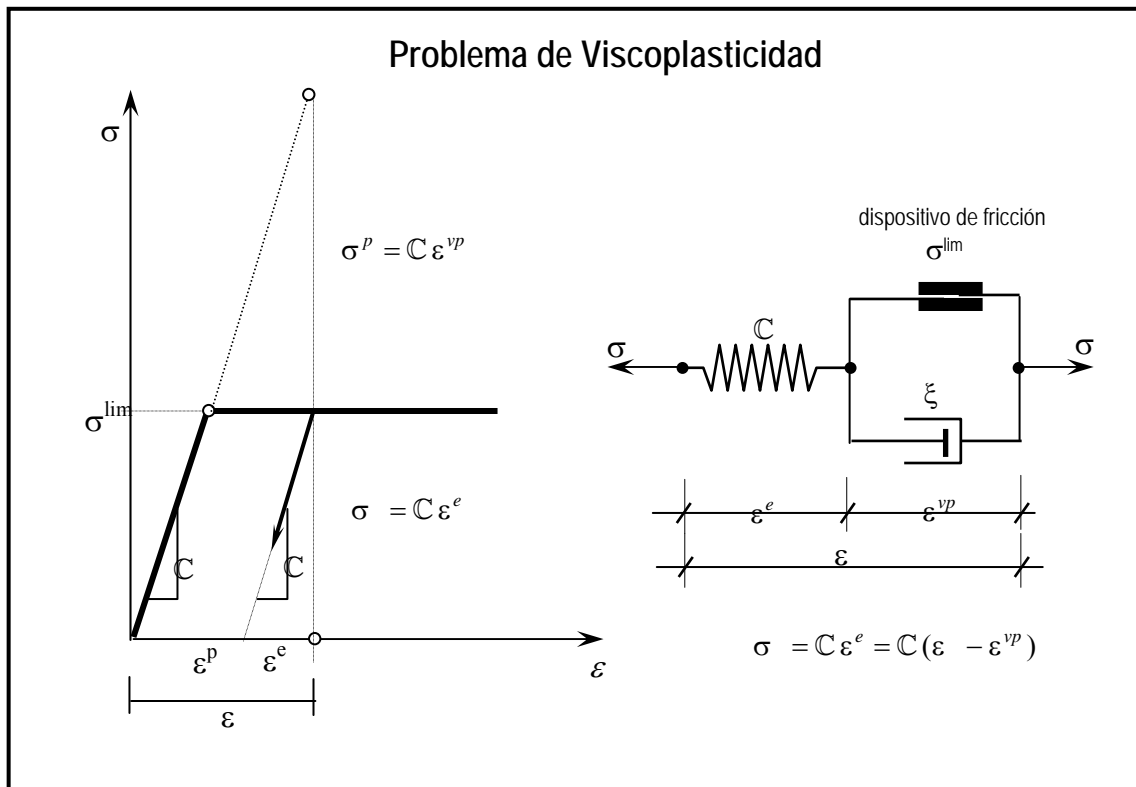


Figura 4 – Formas simplificadas de entender el comportamiento viscoplástico.

4. DAÑO ESTRUCTURAL EN FUNCIÓN DE LA RIGIDEZ ESTRUCTURAL– CASO SÍSMICO TENIENDO EN CUENTA LAS CURVAS DE “CAPACIDAD” Y “DEMANDA” ESTRUCTURAL.

Habiendo presentado en los apartados anteriores las bases para el estudio del daño mecánico, a continuación se presenta una formulación que permite obtener en forma sencilla una cuantificación sobre el daño estructural o deterioro máximo que puede alcanzar una estructura durante el evento dinámico-sísmico sugerido por una normativa para una determinada zona.

El análisis que se presenta a continuación se basa en suponer que el comportamiento estructura no lineal sigue los fundamentos de la teoría del daño mecánico (Oliver et al. 1989, Lubliner et al. 1989, Oller et al. 1992, Oller 2001). Esta teoría está basada en los principios mecánicos presentado en los apartados anteriores y cumple con los principios fundamentales de la termodinámica.

No todos los materiales utilizados con fines estructurales siguen un comportamiento asimilable al daño (degradación o pérdida de rigidez), pues hay algunos que se ajustan más a la plasticidad (desarrollo de deformaciones irreversibles) y otro tienen una composición de comportamiento entre daño y plasticidad (degradación con deformaciones irreversibles) (ver Figura 3).

Dada una respuesta estructural, sólo se puede saber si ha tenido un comportamiento de daño o plasticidad cuando se inicia la descarga, pues es el momento en que se diferencia la forma de las curvas de respuesta, mostrando en el caso de daño una descarga al origen con pérdida de rigidez y en la plasticidad conservando la rigidez pero acumulando

deformaciones irreversibles. Mientras están en carga, la forma de la curva puede ser idéntica para daño y plasticidad

El hormigón armado resulta de un comportamiento mixto (daño+plasticidad), pero con preponderancia del efecto de degradación (Lubliner et al. 1989). Esta afirmación puede ser confirmada al observar ensayos de laboratorio y puede ser cuantificada en base a la teoría de mezclas de sustancias simples (Molina et al (2009, 2009, 1010), Martínez et al. (2010)).

4.1. Daño global en función de la rigidez estructural.

La formulación que a continuación se presenta ha sido pensada con el objetivo de obtener información sobre el deterioro de estructuras, sometido a acciones estáticas y dinámicas (sísmica) con muy poca información, cuyo origen hacen del procedimiento un método sencillo para una utilización rápida y eficaz.

Suponiendo un comportamiento elástico de la estructura se hace un análisis tipo “push-over” y de aquí se obtiene la rigidez estructural inicial K_0 que se muestra en la Figura 5.

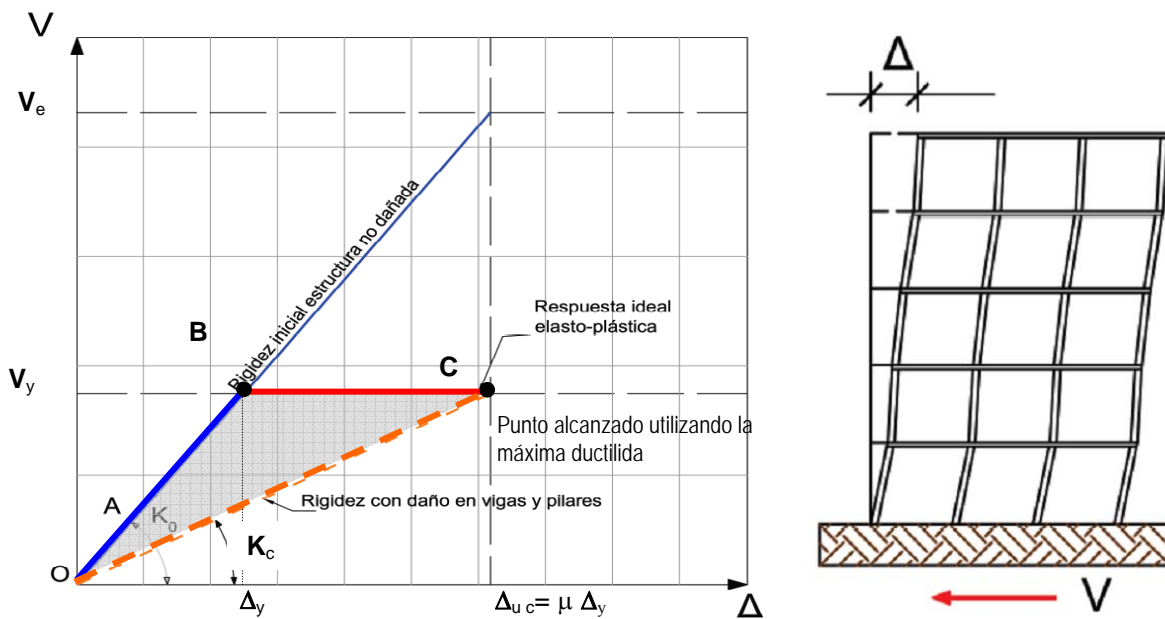


Figura 5 – Cálculo de la rigidez estructural bajo cargas de push-over.

Suponiendo conocido el máximo cortante en la base V que desarrollaría la estructura en el momento que se inicia su plastificación V_y y suponiendo que el cálculo estructural se ha realizado una ductilidad μ (obtenida de las normativas), conforme al tipo de la estructura en análisis, se tiene la siguiente expresión para el *daño estructural máximo esperable* (en el punto “c”, cuando desarrolla toda su ductilidad esperada), evaluado según la mecánica de daño continuo,

$$D_C^{def} = 1 - \frac{K_C}{K_0} = 1 - \frac{\frac{V_y}{\Delta_y}}{\frac{V_y}{\Delta_y}} = 1 - \frac{\mu \Delta_y}{\Delta_y} = 1 - \frac{1}{\mu} = \frac{\mu - 1}{\mu} \quad (16)$$

De aquí se desprende que el daño máximo, cuando la estructura desarrolla toda su ductilidad, es sólo función de la ductilidad adoptada. Así pues, podría decirse lo siguiente respecto del daño estructural máximo esperable,

$$\begin{cases} \text{Estructura dúctil: } \mu = 4 \Rightarrow D_C = 0.75 \\ \text{Estructura frágil: } \mu = 2 \Rightarrow D_C = 0.50 \end{cases} \quad (17)$$

que para llegar al comportamiento último de la estructura puede alcanzarse un nivel de daño mayor en una estructura dúctil que en una estructura frágil. Sin embargo, esta forma de medir el daño puede llevar a equívocos, pues podría también interpretarse lo contrario, es decir, que una estructura dúctil se daña un 25% más que una frágil en su estado último. Esto obliga a objetivizar el cálculo de este índice de daño por comparación con el máximo daño que puede alcanzar la estructura. Así, el daño objetivo $0 \leq D_p^{obj} \leq 1$ alcanzado por una estructura en un punto “p”, se define como,

$$D_p^{obj} \stackrel{def}{=} \frac{D_p}{D_C} = \frac{D_p \mu}{\mu - 1} = \frac{\left(1 - \frac{K_p}{K_0}\right) \mu}{\mu - 1} \quad ; \text{ con: } 0 \leq D_p^{obj} \leq 1 \quad (18)$$

Se define ahora a “p” como el “Punto de Desempeño Estructural”, resultante de la intersección entre la curva de “Demanda Inelástica” y la curva de “Capacidad Estructural” (obtenida mediante un ensayo “push-over”. En estas condiciones, la ecuación (18) dará el máximo daño estructural que alcanzaría la estructura sometida al terremoto indicado por la normativa del lugar.

Una comparación de este daño objetivo puede verse en las figuras que a continuación se muestran,

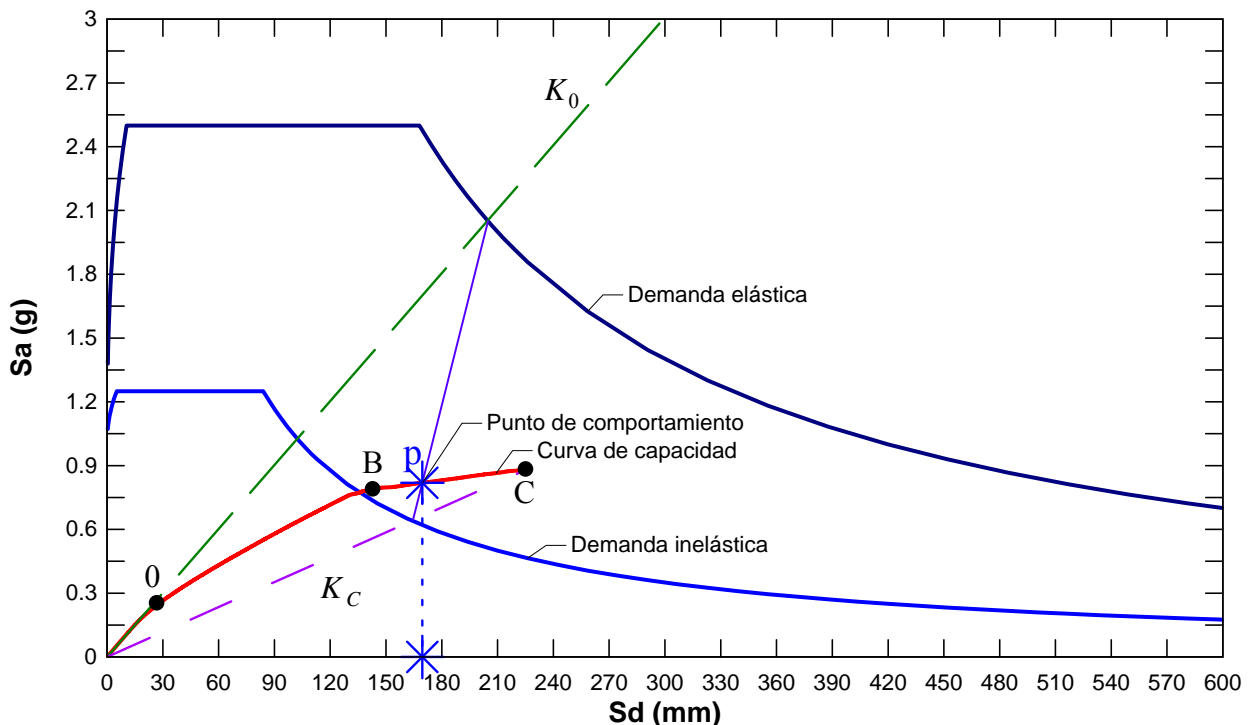


Figura 6 – Punto de Desempeño para forjados reticulares, sometido a un espectro inelástico de proyecto para suelos Tipo II y $\mu = 2$

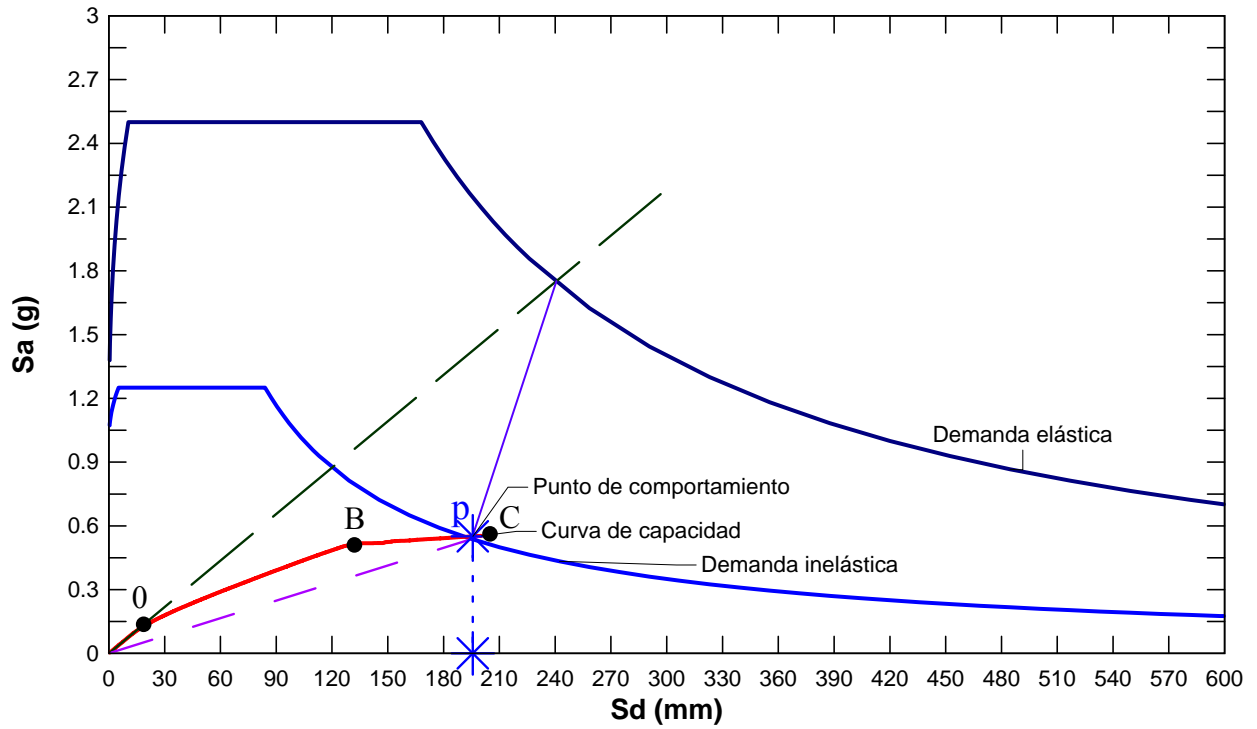


Figura 7 – Punto de Desempeño para edificios porticados con vigas planas, sometido a un espectro inelástico de proyecto para suelos Tipo II y $\mu = 2$

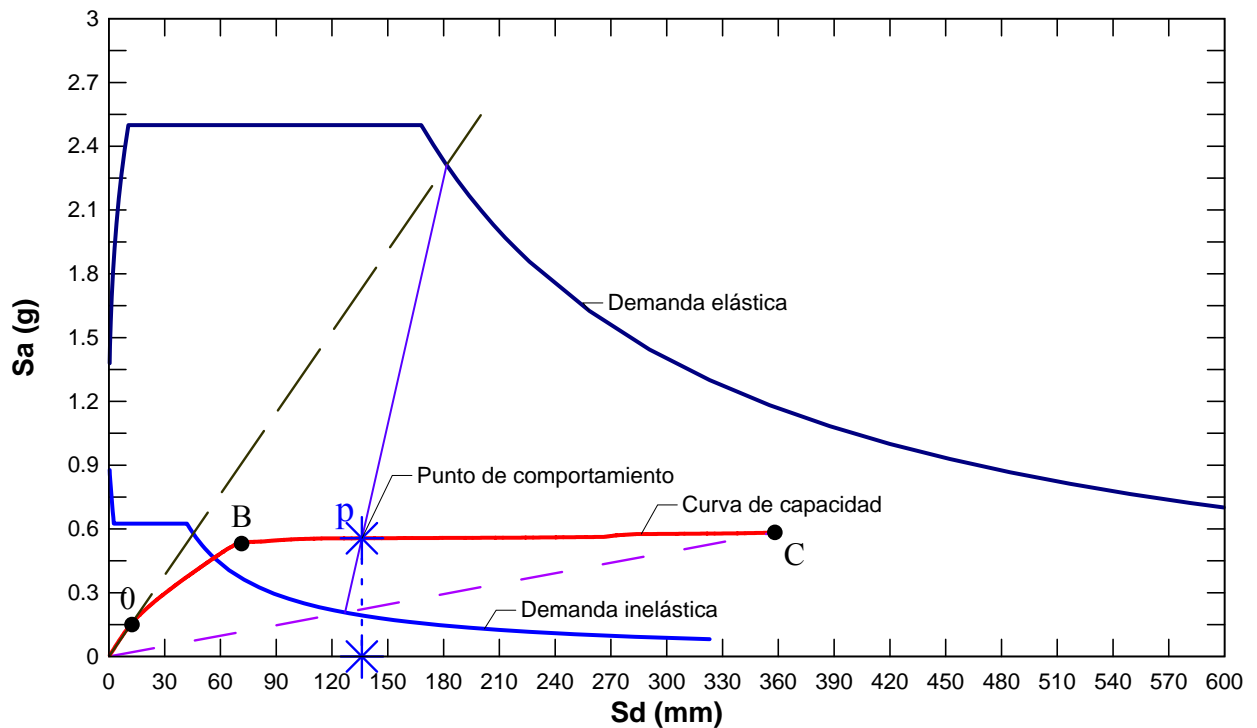


Figura 8 – Punto de Desempeño para edificios porticados con vigas de canto, sometido a un espectro inelástico de proyecto para suelos Tipo II y $\mu = 4$

4.2. Daño estructural objetivo.

Se obtiene una sustancial mejora en el cálculo del índice de daño estructural objetivo (D^{obj}), y por ello una mayor aproximación a ensayos experimentales y numéricos resueltos con elementos finitos, cuando se define una curva de repuesta ideal aproximada por tres tramos, en vez de los dos que se suele utilizar en el índice de Park. Así, la forma de las curvas quedará según se muestra en la Figura 9.

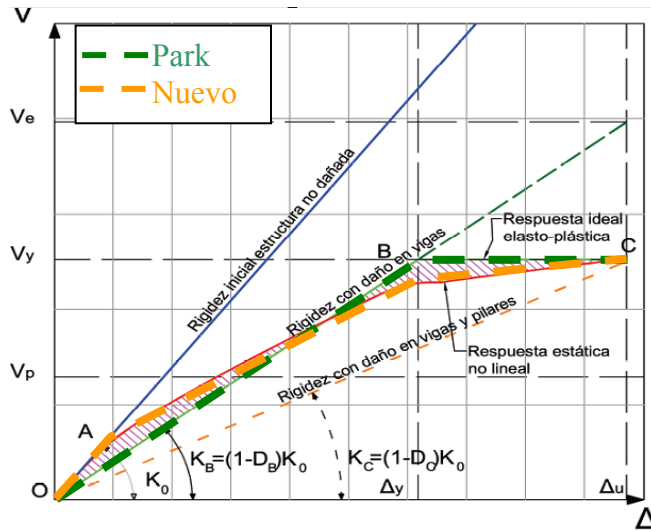


Figura 9 – Respuesta de una estructura a un análisis “push-over”. Respuesta no-lineal real, respuesta ideal de Park y nueva representación tri-lineal de la respuesta.

Utilizando la nueva curva tri-lineal y la ecuación (17) o (18) se obtiene un daño estructural más ajustado al real para tres estructuras diferentes, y puede ser comparada con el análisis simplificado de Park y la técnica de elementos finitos (FEM), considerando la modelización constitutiva mencionada en el apartado 2.. Esta comparación puede verse en la Tabla 1,

Estructura	$\mu = \Delta u / \Delta y$	$R\mu = V_y / V_p$		D Simplificado Park	D Análisis Tri-Lineal	D FEM	Desplome Δu [cm]
Pórticos resistentes	5.15	1.88	B	0	0.44	0.43	0.81295
			C	0.80	0.88	0.86	4.19047
Pórticos vig. planas	1.55	1.34	B	0	0.44	0.58	1.488
			C	0.35	0.61	0.80	2.303
Forjados reticulados	1.57	1.94	B	0	0.45	0.50	1.8533
			C	0.36	0.61	0.78	2.9123

Tabla 1 – Comparación entre el daño estructural obtenido en forma simplificada utilizando la curva de Park, la nueva curva tri-lineal y el método de los elementos finitos.

El análisis estructural previamente presentado permite la valoración objetiva del daño estructural en forma sencilla. Concretamente, la utilización de la ecuación (18) nos permite

acercarnos a una valoración muy cercana a aquellas que resultan de procedimientos de cálculo más costosos. Así pues, se puede conocer el nivel de daño estructural para la intersección de la curva de demanda con la de capacidad de la estructura. Para ello es necesario conocer: La rigidez inicial K_0 de la estructura, obtenida mediante un análisis elástico de la misma. Obtención de una curva tri-lineal de capacidad estructural (Figura 9), a partir de la siguiente secuencia de puntos: El punto "A" en la curva de capacidad, como el máximo cortante antes que se inicie el proceso no lineal en las vigas (cálculo de una estructura elástica- ver Figura 10). Luego el punto "B" como el máximo cortante antes que se inicie el proceso no-lineal en las columnas (cálculo de una estructura con pilares elásticos y rótulas en las vigas – ver Figura 10). Por último, se obtiene el punto "C" a partir de la ductilidad μ recomendada por las normativas para el tipo de estructura que se está utilizando.

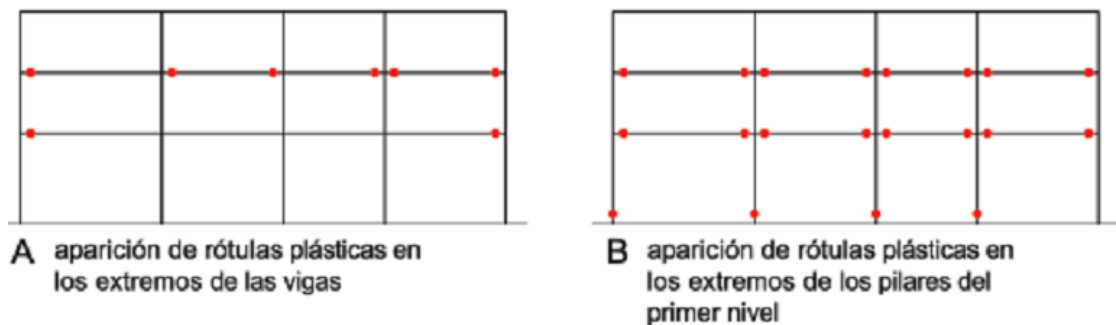


Figura 10 – Estructura: A) Elástica hasta que aparecen las primeras rotulas plásticas en vigas.
B) Estructura con rótulas en todos los extremos de vigas.

Obtención del punto "p", como intersección entre la curva de demanda y la curva de capacidad, de donde resultará K_p .

Cálculo del daño objetivo mediante la utilización de la ecuación (18).

5. SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL REFUERZO DE ESTRUCTURAS CON MATERIALES COMPUESTOS Y VALORACIÓN DEL DAÑO.

El uso de los materiales compuestos como materiales de refuerzo para estructuras ya construidas es una de las tecnologías que están teniendo gran aplicación en la industria de la construcción debido a las ventajas que presentan. Entre estas ventajas están las altas relaciones resistencia-peso y rigidez-peso, las cuales mejoran el comportamiento de la estructura existente sin alterar su configuración geométrica. Asimismo, son materiales livianos que no demandan cambios en la distribución del sistema estructural o en la cimentación. Además para el caso de construcciones sometidas a ambientes especiales, presentan alta resistencia a la corrosión.

No obstante, para optimizar el diseño estructural de los materiales compuestos en las estructuras, es necesario el análisis del comportamiento de los materiales compuestos donde se identifique la forma de participación de los diferentes componentes del compuesto y su interacción con otros materiales como el hormigón armado. De igual forma, se requiere el análisis del comportamiento global de la estructura, en el que se establezca la incidencia de los materiales compuestos como parte integral de los elementos estructurales reforzados. Un procedimiento eficiente para realizar estos análisis es la simulación numérica con elementos finitos.

Teniendo en cuenta que la simulación numérica en el análisis de los materiales compuestos es un campo que está en desarrollo, y que su uso en obras civiles es relativamente nuevo, en este apartado se hace una presentación sintética de la teoría de mezclas serie/paralelo (Rastellini et. Al. (2008)), que junto a los conceptos descritos en apartados anteriores, se convierte en una potente herramienta para el análisis numérico.

5.1. Estructuras tipo pórtico de hormigón armado reforzadas con “FRP”

El refuerzo en las estructuras como técnica de reparación mejora las deficiencias estructurales que han conducido al deterioro y a la reducción su funcionalidad. Asimismo el refuerzo como técnica de rehabilitación es eficiente, en las estructuras que no cumplen con los requisitos necesarios para garantizar un buen comportamiento durante eventos extremos bien sea por inadecuados diseños o por baja calidad en la construcción, por cambio de las condiciones de uso o por la necesidad de adaptar la estructura a los requerimientos de diseño actuales.

Un área del refuerzo de estructuras se ha enfocado a investigar los materiales compuestos, se han realizado ensayos a diferentes escalas de vigas, columnas, uniones viga-columna, muros y losas de entrepiso. Las investigaciones enfatizan que el uso de los materiales compuestos en el refuerzo de estructuras son una buena técnica de refuerzo; sin embargo, advierten que se requieren adecuados conocimientos de diseño y de construcción para estandarizar metodologías que garanticen el apropiado uso de este tipo de materiales.

Los materiales compuestos más utilizados como refuerzo son los *polímeros reforzados con fibras largas* (FRP), predominando el uso de la *fibra de vidrio* (GFRP) y la *fibra de carbono* (CFRP); en menor proporción han sido utilizados los materiales compuestos con fibra de aramida (AFRP). En los FRP, las fibras largas soportan las acciones mecánicas en una dirección predeterminada y la resina o matriz actúa como medio para transferir las tensiones entre las fibras cercanas garantizando de paso la uniformidad de las deformaciones de las mismas (Car et al. 2000).

A pesar de que los compuestos tienen una resistencia más alta que la resistencia el acero, y que están conformados por fibras, que como las de carbono, tienen un módulo de elasticidad similar o superior al del acero, su uso está limitado por la tecnología del anclaje y adherencia, pues antes que las fibras alcancen su límite elástico, se obtiene la delaminación y pérdida de adherencia con el hormigón (Molina et al. 2009).

5.2. Simulación numérica del material compuesto utilizado como refuerzo estructural

El comportamiento de las estructuras en hormigón armado reforzadas con FRP, depende de múltiples parámetros y el grado de influencia de muchos de ellos no ha sido aún determinado, lo que dificulta que experimentalmente se puedan estudiar todas las variables. Por otra parte, la heterogeneidad y la anisotropía propias de los compuestos han hecho a que no haya métodos de análisis sencillos y efectivos que permitan determinar su influencia sobre el comportamiento en las estructuras (Molina et. al. 2009).

Como consecuencia el desarrollo para optimizar el uso del FRP en las estructuras se debe realizar de forma conjunta entre el campo experimental y el campo de la simulación numérica. No obstante, es necesario el desarrollo de nuevas herramientas y mejorar las existentes, en busca de que la simulación numérica a nivel global y local represente de una forma más aproximada el comportamiento real de las estructuras reforzadas con FRP, con la finalidad obtener información que no se puede medir en los ensayos.

5.3. Simulación del comportamiento de los materiales compuestos

Los materiales compuestos están conformados por diferentes tipos de sustancias inorgánicas u orgánicas, cada uno de los materiales componentes teniendo su ley

constitutiva que condiciona el comportamiento del conjunto en función de la proporción volumétrica y de la distribución morfológica que tenga dentro del compuesto.

En la actualidad, gran parte de las investigaciones acerca del comportamiento de los materiales compuestos corresponden al campo experimental. Su estudio por medio de modelaciones numéricas esta en desarrollo pero presenta algunas restricciones; incluso en simulaciones recientes de elementos reforzados con FRP, se representa el comportamiento constitutivo del material compuesto como el de un material homogéneo, sin tener en cuenta el aporte de sus componentes.

Con el objetivo de solucionar esta limitación, se han propuesto diferentes teorías de simulación del comportamiento de los materiales compuestos como gestores del uso de los modelos constitutivos que representan el comportamiento de los materiales simples que componen los materiales compuestos. Estas teorías de simulación son herramientas que pueden ser utilizadas dentro de una técnica de aproximación de elementos finitos para simular apropiadamente el comportamiento de los materiales compuestos, entre ellas las más relevantes son (Car et al. 2002):

1. **Teoría de la homogenización.** Dentro de la mecánica de medios continuos requiere del análisis desde dos escalas diferentes: una macroscópica en la que se determina el comportamiento de la estructura; y una microscópica en la que se obtiene el comportamiento del compuesto partiendo de la respuesta de sus componentes.
2. **Teoría de las mezclas.** Considera que el comportamiento de cada componente define el comportamiento global del compuesto. Parte de la mecánica del continuo local bajo el principio de interacción de las sustancias que componen el material, suponiendo que en el volumen infinitesimal del compuesto participan en conjunto todos sus componentes. Asimismo, considera que cada uno de ellos contribuye al comportamiento del compuesto en la misma proporción que su participación volumétrica.

Este apartado esta orientado a la utilización de la Teoría de Mezclas, tomando como base la teoría de mezclas serie/paralelo propuesta por Rastellini et al. (2008), y que ha sido validada a través de la comparación de los resultados con diversas pruebas experimentales. Esta teoría se fundamenta en la teoría de mezclas clásica inicialmente estudiada por Trusdell y Topin (1960). Para más detalle sobre la simulación del comportamiento de los materiales compuestos, se recomienda recurrir a las siguientes fuentes (Oller et al. 1995, Car et al. 2002, Martínez et al. 2008).

5.4. Simulación numérica del refuerzo de un pórtico de hormigón armado, utilizando materiales compuestos laminados.

El estudio de los efectos que han producido los grandes sismos en estructuras tipo pórtico pone en evidencia que las zonas más susceptibles a daño son las uniones viga columna y las bases de las columnas. Por ello, con el propósito de garantizar la estabilidad de las estructuras durante un evento extremo, en muchos estudios se hace énfasis en la necesidad de la rehabilitación y reparación de las estructuras antiguas o de las estructuras construidas antes de las actuales normas de diseño, siendo una de las alternativas de refuerzo el uso los polímeros reforzados con fibras largas (FRP).

Utilizando la teoría de de mezclas serie/paralelo (Rastellini 2006, Rastellini et al 2008, Martínez, 2008, Martínez et al 2008, 2009) en un programa de elementos finitos, se muestra en este apartado un estudio de estructuras porticadas reforzadas con FRP. Se realizó un análisis no lineal estático incremental (pushover analysis) de diez estructuras planas con una misma geometría. Cinco de ellas son de hormigón simple y las otras son de hormigón armado, con distintas configuraciones de refuerzo utilizando polímeros reforzados con fibras de carbono CFRP.

Aunque los FRP como refuerzo se emplea en estructuras de hormigón armado o de acero, se estudió también, el comportamiento de las estructuras de hormigón simple reforzadas,

con el propósito de analizar únicamente la influencia del refuerzo de FRP sobre las estructuras.

5.5. Geometría y configuraciones de refuerzo

En la Figura 10 se indica la geometría de los diez modelos junto con las armaduras de la viga y de las columnas para los pórticos en hormigón armado. En la Figura 12 se presentan las configuraciones del refuerzo con CFRP, y en la Tabla 2 se indica la nomenclatura utilizada para identificar los modelos.

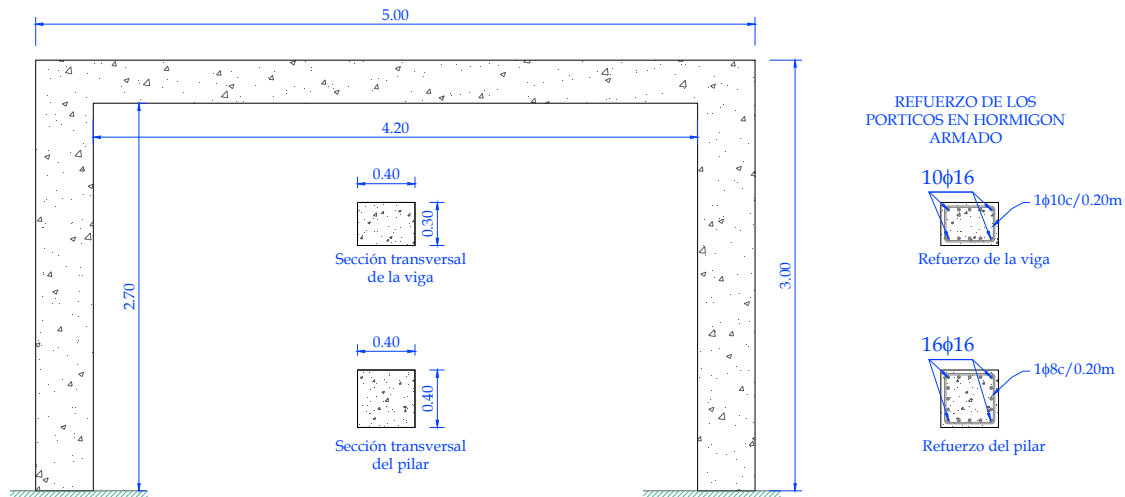


Figura 11 – Geometría tipo de las estructuras porticadas

Tipo de pórtico	Tipo de hormigón	Sin armadura de acero	Con armadura de acero
Pórtico sin CFRP (Figura 12 (a))		SASF	ASF
Pórtico con CFRP en la unión (Figura 12 (b))		SAF	AF
Pórtico con CFRP en la unión y en la base de la columna (Figura 12 (c))		SAFC	AFC
Pórtico con CFRP en la unión y extensión en la viga (Figura 12 (d))		SAFV	AFV
Pórtico con CFRP en la unión, extensión en la viga y en la base de la columna (Figura 12 (e))		SAFCV	AFCV

Tabla 2 – Nomenclatura de los modelos de los pórticos.

El refuerzo en las columnas de estos modelos corresponde a dos capas orientadas a 0° y a 90° para tener en cuenta que la eficiencia del encamisado de la columna depende de las direcciones en que se coloque la fibra. Asimismo, cuatro de los diez pórticos analizados tienen CFRP en la base de las columnas dado que según los resultados experimentales (Oscan et al 2008, Parvin et al 2002) su nivel de influencia es notorio en la capacidad y en la ductilidad en las columnas.

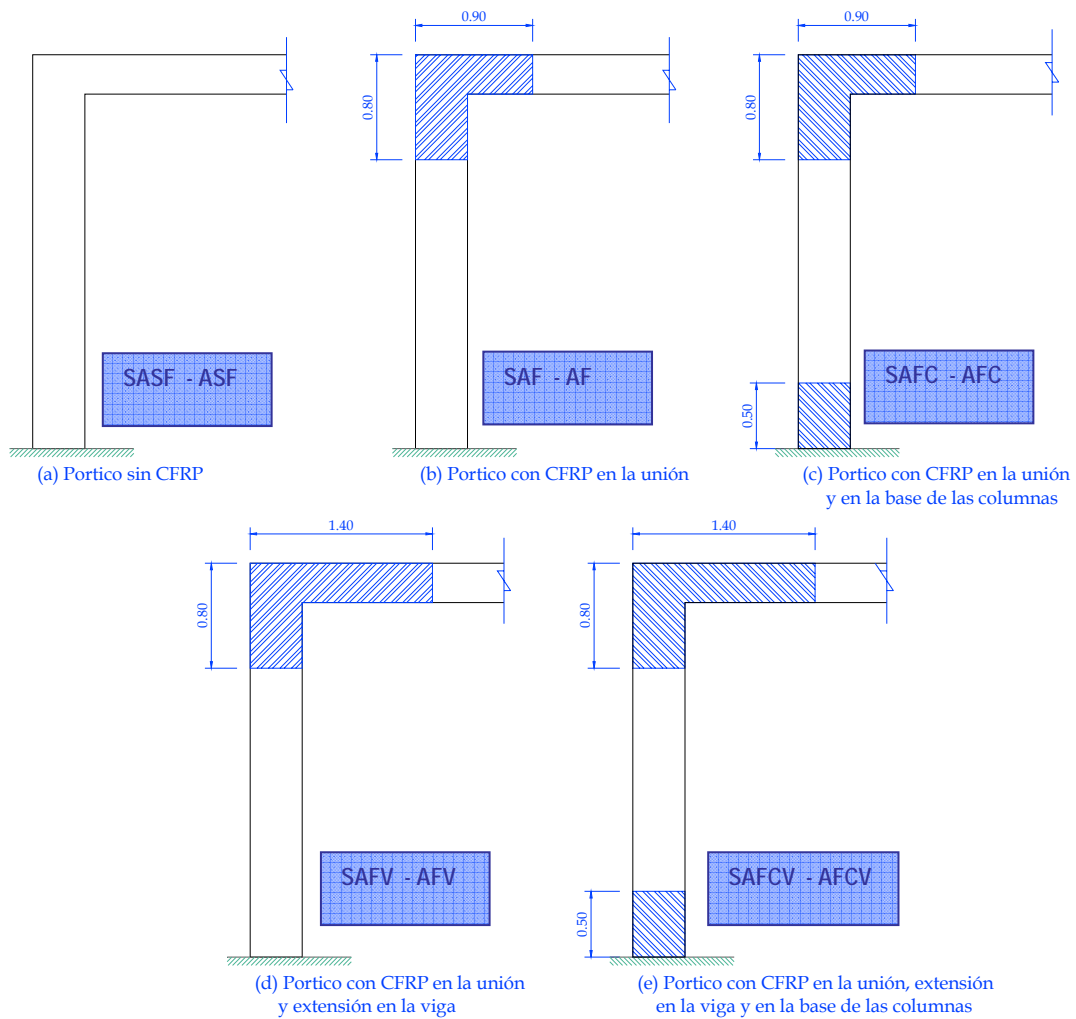


Figura 12 – Modelos de los pórticos con las diferentes configuraciones de refuerzo (Molina 2009)

Material compuesto	Matriz de Hormigón	Acero longitudinal	Acero Vertical	Cercos Horizontales	Cercos Verticales	Matriz Polimérica	CFRP 0° Horizontal	CFRP 90° vertical
1	100							
2	98.70		1.10	0.20				
3	97.53		1.10	0.17		0.40	0.40	0.40
4	97.71		1.09			0.40	0.40	0.40
5	98.70				0.10	0.40	0.40	0.40
6	99.90				0.10			
7	98.80					0.40	0.40	0.40
8	87.13		12.67	0.20				
9	86.04		12.59	0.17		0.40	0.40	0.40
10	81.51	4.84	12.45			0.40	0.40	0.40
11	92.87	4.84	1.09			0.40	0.40	0.40
12	93.86	4.87			0.07	0.40	0.40	0.40
13	95.00	4.90			0.10			
14						34.00	66.00	
15						34.00		66.00

Tabla 3 – Porcentajes de los componentes en los materiales compuestos de los pórticos (Molina 2009)

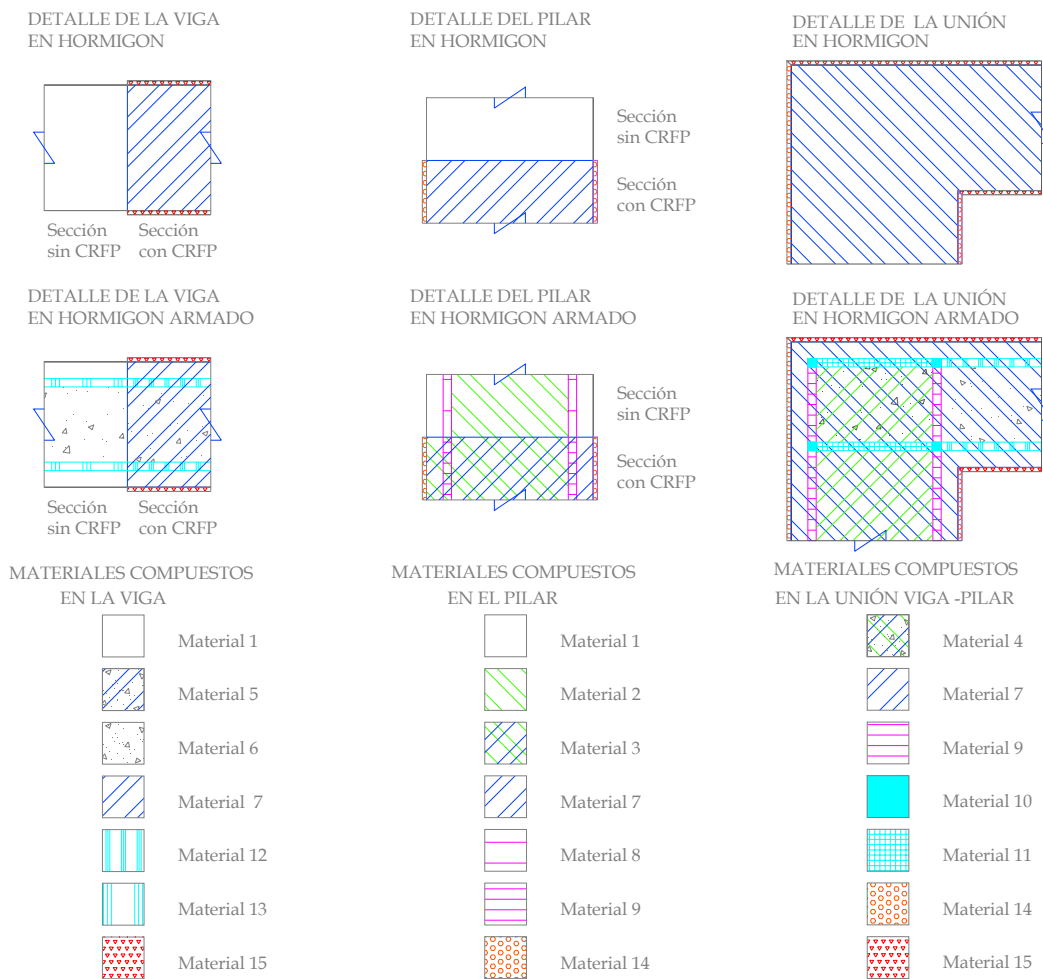


Figura 13 – Configuración de los materiales compuestos en los pórticos (Molina 2009)

Con el fin de tener un mejor comportamiento de la viga ante un desplazamiento lateral, en los modelos con refuerzo se encamisó la viga en las zonas cercanas a las uniones viga-columna. Se seleccionaron dos longitudes de refuerzo en la viga para hacer una comparación del comportamiento cuando el refuerzo se extiende desde el borde de la unión dos y cuatro veces la altura efectiva de la viga.

Material	Criterio umbral de daño	$E_x=E_y=E_z$ [MPa]	ν	σ_c [MPa]	σ_t [MPa]	G_c [kPa·m]	G_t [kPa·m]
Hormigón	Mohr-Coulomb	$2.5 \cdot 10^4$	0.20	30.0	3.0	50.0	5.0
Acero	Von Mises	$2.1 \cdot 10^5$	0.00	270.0	270.0	2000.0	2000.0
Matriz polimérica	Mohr-Coulomb	$1.2 \cdot 10^4$	0.20	87.5	29.2	36.0	3.0
Fibra de carbono	Von Mises	$1.5 \cdot 10^5$	0.00	2300.0	2300.0	2000.0	2000.0

Tabla 4 – Propiedades mecánicas de los materiales componentes de los compuestos en los pórticos

La teoría serie/paralelo permite asignar el hormigón y la resina polimérica como material de las matrices de los compuestos, mientras que el acero y la fibra de carbono constituyen el refuerzo. En la Figura 13 se indican los materiales compuestos asignados a los elementos estructurales de los modelos, dependiendo de si tienen o no armadura. Los porcentajes volumétricos en los que participan los componentes en cada material compuesto se señalan en Tabla 3, donde se especifica la dirección de las fibras del compuesto considerada como parte de la anisotropía del compuesto. Las propiedades asignadas a los materiales simples se muestran en la Tabla 4.

5.6. Descripción de los modelos constitutivos aplicados a los materiales

Los modelos analizados por control de desplazamientos, tienen una malla de elementos finitos rectangulares de 4 nodos. En lo que respecta al análisis del comportamiento de los materiales simples, para determinar el daño en el hormigón y la matriz polimérica del compuesto se aplicó el modelo de daño de Kachanov (Oliver et al 1990, Oller 2001) el acero se consideró como un material elasto-plástico utilizando el algoritmo Euler (Oller 2001), mientras que la fibra de carbono se analizó como un material elástico y lineal. En todos los casos se ha partido de la hipótesis que no hay daño inicial en el pórtico, por lo que los ejemplos corresponden al caso rehabilitación con FRP. Además se supuso la adherencia inicial entre el refuerzo y el hormigón es perfecta.

5.7. Análisis del comportamiento de los modelos de hormigón simple y de hormigón armado reforzados con laminados compuestos

5.7.1. Resistencia y Rigidez

En la Figura 14 se observa que los diferentes modelos tienen una rigidez inicial similar, su comportamiento se conserva lineal aproximadamente hasta los 0.0015m; luego, según la configuración del refuerzo del sistema, la pérdida rigidez varía de acuerdo con el desarrollo del daño y de plasticidad. La resistencia máxima de cada caso se indica en la Tabla 5.

En lo que respecta al comportamiento de las estructuras de hormigón simple, la resistencia de la estructura aumenta casi un 40% cuando se coloca CFRP en la base de las columnas. Por el contrario, en los casos con CFRP en la unión y en la viga (SAF y SAFV), el aumento de la resistencia del sistema es pequeño, un 5% y un 6%, respectivamente. Asimismo, se observa que los modelos con refuerzo adicional en la viga (SAFV y SAFVC) muestran un comportamiento dúctil después de alcanzar su capacidad máxima y, en los dos casos conservan una pérdida de resistencia menor al 24%. Se aprecia como el modelo SAFC tiene una tendencia de pérdida de resistencia similar al modelo SAF, donde el refuerzo en las columnas incrementa la resistencia del sistema pero no incide en su ductilidad.

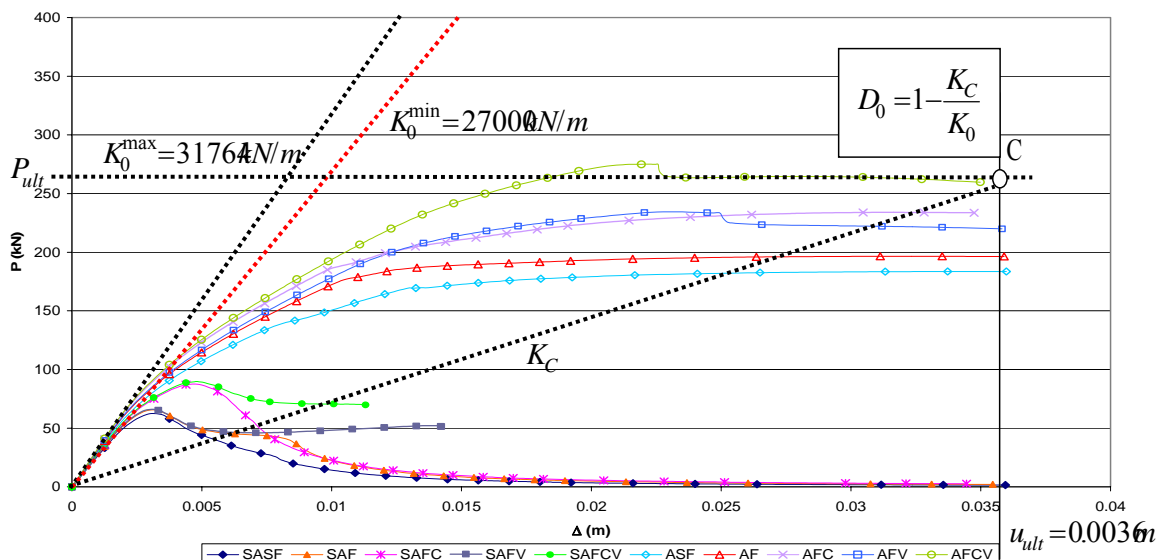


Figura 14 – P- Δ pórticos de hormigón simple y de hormigón con armadura de acero (Molina 2009)

Hormigón sin armadura	SASF	SAF	SAFC	SAFV*	SAFCV
Fuerza máxima (kN)	62.36	65.48	87.65	66.06	89.73
ΔP_{max} (m)	0.0030	0.0030	0.0048	0.0031	0.0048
Hormigón con armadura	ASF	AF	AFC	AFV	AFCV
Fuerza máxima (kN)	183.62	196.54	233.98	234.49	274.96
ΔP_{max} (m)	0.0354	0.0318	0.0312	0.0233	0.0222

Tabla 5 – Fuerzas máximas y desplazamientos en la mitad del claro de la viga.

De otra parte, en los pórticos de hormigón armado, al reforzarse sólo la unión (AF) hay un pequeño incremento en la resistencia del orden de 7%. Cuando el refuerzo se coloca en la base de las columnas (AFC) o más allá de la zona de confinamiento en las vigas (AFV), el aumento de la resistencia llega a un 27%. Al reforzar tanto la base de las columnas como la viga (AFCV), la resistencia se incrementa un 50%. A diferencia de los modelos con hormigón simple, en todos los casos con armadura hay ductilidad independientemente del refuerzo. En los pórticos de hormigón armado, el FRP como refuerzo, aumenta la capacidad de la estructura, dado que al disminuir el nivel de daño en el hormigón, posterga la plastificación del acero.

Es relevante notar que el refuerzo no aumenta la rigidez lateral de los pórticos, lo que coincide con la observación de Tastani Pantazopoulou (2008). Con el refuerzo hay un incremento de la resistencia a cortante y a flexión, no obstante, el nivel de incremento de resistencia depende de la configuración del refuerzo que se seleccione y de la armadura de los pórticos. En lo que respecta a la ductilidad, cabe anotar que su aumento depende de la distribución de la armadura; si la armadura es insuficiente, el refuerzo con FRP incrementa considerablemente la ductilidad del sistema; pero si la armadura aporta por sí misma ductilidad al sistema, al reforzarlo el incremento en la ductilidad es imperceptible.

5.7.2. Daño

La Teoría de Mezclas permite obtener resultados por cada componente, entre los cuales se puede conocer el estado tensional, deformacional y el daño. En este apartado se muestra la evolución de la variable interna de daño o el endurecimiento plástico en el compuesto y en los materiales componentes. En la Figura 15 se muestra la distribución de daño en los pórticos para el estado de carga última.

En las estructuras de hormigón simple el daño se localiza y exhibe una considerable pérdida de capacidad, mientras que en las estructuras de hormigón armado el daño se distribuye a lo largo de los elementos estructurales y la pérdida de capacidad de la estructura es pequeña.

Dependiente del daño que se produce en los diferentes casos, se aprecia que en los pilares y en las vigas es necesario que la longitud del refuerzo externo sea suficientemente larga para evitar el daño localizado en el hormigón y retrasar la plastificación del acero, previniéndose el fallo prematuro del sistema. Como un ejemplo, se observa en las estructuras de hormigón reforzado, al comparar los modelos AFV con AF y AFCV con AFC (ver Figura 12), que los pórticos con mayor longitud de refuerzo en las vigas tienen menor pérdida de rigidez, aunque presentan mayor daño en la unión y tienen una resistencia lateral un 12% superior. Asimismo, al contrastar los casos AF con AFC o SAF con SAFC, se observa que al colocar el refuerzo en la base de las columnas, la zona con daño en toda la sección transversal se traslada del apoyo de la columna al borde en el que termina el FRP, con lo cual, el refuerzo aumenta la resistencia del sistema.

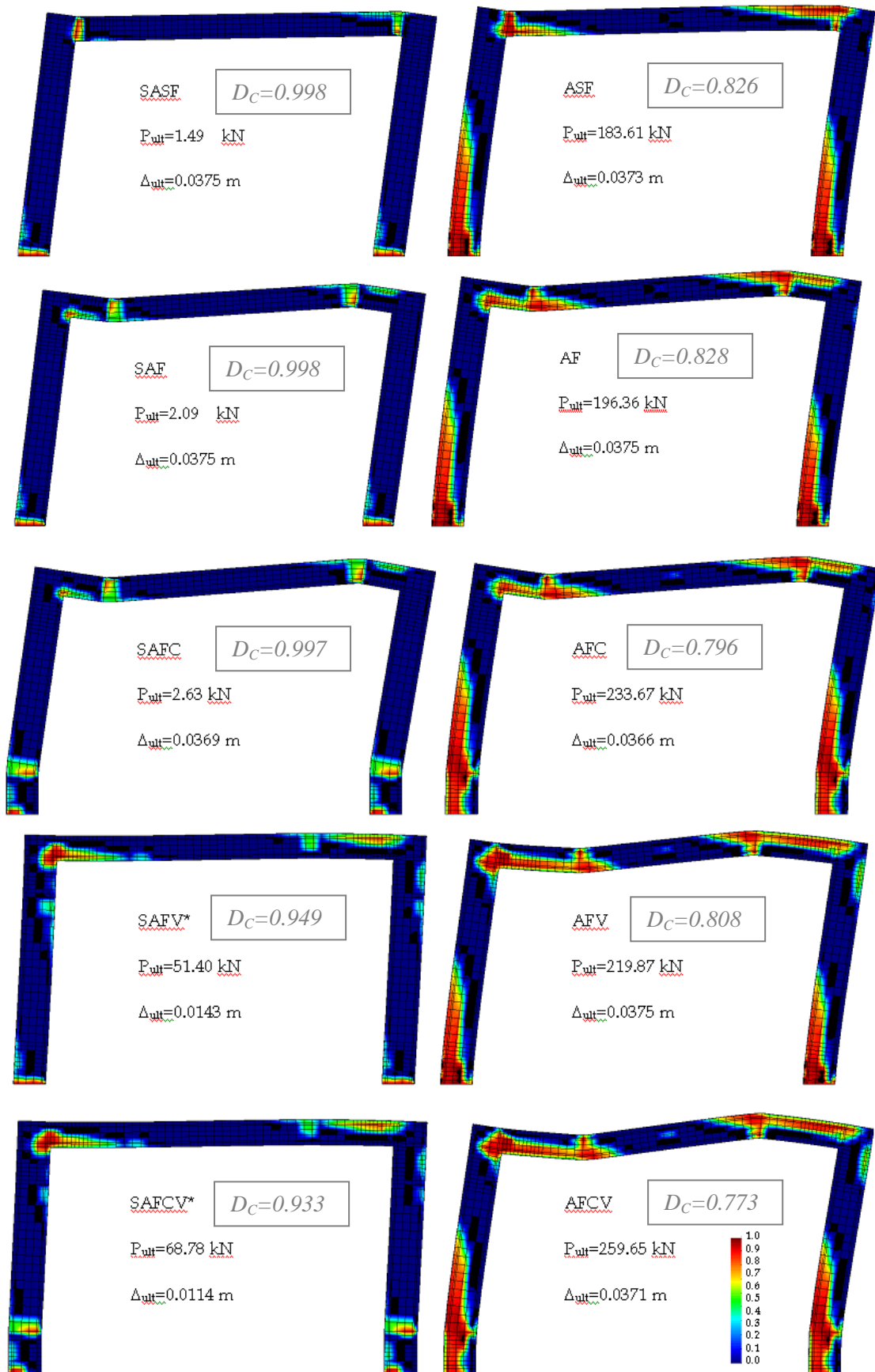


Figura 15 – Daño en los modelos. Aplicación de Δ en el extremo izquierdo

Utilizando la expresión (16), se puede obtener el nivel de daño global al que ha alcanzado cada una de las estructuras aporricadas en el estado último de desplazamiento $u_{ult} = 0.036m$ al que se han exigido todas las estructuras (ver Figura 5 y Figura 14).

	Sin CFRP	
	Sin Acero	Con Acero
MODELO de Pórtico	SASF	ASF
Pult [kN]	1,490	183,610
u_{ult} [m]	0,036	0,036
Ko [kN/m]	27.000,000	29.382,000
Kc [kN/m] = Pult/ u_{ult}	41,389	5.100,278
Dc=1-(Kc/Ko)	0,998	0,826

	CFRP Unión Viga-Columna		CFRP Unión Viga-Columna y	
	Sin Acero	Con Acero	Sin Acero	Con Acero
MODELO de Pórtico	SAF	AF	SAFC	AFC
Pult [kN]	2,090	196,360	2,630	233,670
u_{ult} [m]	0,036	0,036	0,036	0,036
Ko [kN/m]	28.000,000	31.764,700	28.000,000	31.764,700
Kc [kN/m] = Pult/ u_{ult}	58,056	5.454,444	73,056	6.490,833
Dc=1-(Kc/Ko)	0,998	0,828	0,997	0,796

	CFRP Unión Viga extendida-		CFRP Unión Viga extendida-	
	Sin Acero	Con Acero	Sin Acero	Con Acero
MODELO de Pórtico	SAFV	AFV	SAFCV	AFCV
Pult [kN]	51,400	219,870	68,780	259,650
u_{ult} [m]	0,036	0,036	0,036	0,036
Ko [kN/m]	28.000,000	31.764,700	28.500,000	31.764,700
Kc [kN/m] = Pult/ u_{ult}	1.427,778	6.107,500	1.910,556	7.212,500
Dc=1-(Kc/Ko)	0,949	0,808	0,933	0,773

Tabla 6 – Daño global, según ecuación (15), alcanzado por cada una de las estructuras al alcanzar el desplazamiento último $u_{ult} = 0.036m$. Máximo daño (0,998) en el modelo **SASF** y mínimo daño (0,773) en el modelo **AFCV**.

De éstas pruebas, se confirma que al reforzar las estructuras con CFRP se aumenta la ductilidad y se reduce la pérdida de resistencia del sistema estructural y el daño máximo estructural. Sin embargo, el nivel de eficiencia del refuerzo de compuesto depende tanto de la configuración de refuerzo que se seleccione, como del tipo y estado de la estructura original.

6. CONCLUSIONES.

La formulación presentada en este trabajo permite analizar numéricamente el comportamiento de materiales compuestos y de sus componentes dentro de una estructura. Por una parte permite que cada componente del compuesto se analice utilizando la ecuación constitutiva que sea mas conveniente para predecir su comportamiento (elasticidad, plasticidad, daño etc.). Por tanto, esta formulación conduce a una herramienta numérica apropiada para el análisis de estructuras compuestas con diversos materiales con diferentes tipos de no linealidades. Al mismo tiempo, los costos computacionales son reducidos al utilizar un mallado continuo único para el análisis de la estructura y sus materiales componentes.

El refuerzo con FRP en los pórticos de hormigón simple y armado, es una técnica viable para incrementar la capacidad de la estructura. Además, siempre que se configure adecuadamente el refuerzo en los elementos, se mejora el control de daño y se logra aumentar la ductilidad global del sistema. Según los resultados obtenidos en este análisis, tanto en los modelos de hormigón simple, como en los de hormigón armado, el aumento de la resistencia global del sistema estructural depende de la configuración de refuerzo que se coloque. Por ello, es necesario que, a través de la simulación numérica utilizando la teoría de mezclas serie/paralelo, se optimicen los análisis de las estructuras con materiales compuestos para mejorar el diseño del refuerzo de los edificios y de los puentes que necesitan rehabilitación o reparación.

La simulación numérica, es una herramienta útil y de gran aplicación en el diseño de soluciones de refuerzo de estructuras de hormigón armado con materiales compuestos. La simulación numérica con elementos finitos junto con la teoría serie paralelo y los modelos constitutivos de los materiales componentes que ésta controla, permite analizar una estructura con diferentes alternativas de refuerzo, involucrando los modelos constitutivos de los componentes de los materiales compuestos. Esto, permite además que se pueda seleccionar las configuraciones más eficientes y se determine la capacidad de resistencia del sistema estructural reforzado, identificando el nivel de daño que se puede alcanzar. Esta aplicación es posible a dos escalas: una local, en donde se estudian los elementos estructurales, en la que los materiales compuestos se utilizan como refuerzo a cortante, a flexión o a compresión; y una escala global, en la que se analiza el comportamiento del sistema estructural al reforzar los elementos que lo requieran de acuerdo con las normativas existentes.

7. AGRADECIMIENTOS.

Este trabajo ha sido apoyado por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España a través de los proyectos "RECOMP", Ref. BIA2005-06952, "DECOMAR", Ref. MAT2003-08700-C03-02 y "DELCOM", Ref. MAT2008-02232/MAT; por el Ministerio de Fomento de España a través del proyecto "Reparación y Refuerzo de Estructuras de Hormigón Armado con Materiales Compuestos"; por "AIRBUS" (España), por el Contrato Nro. PBSO-13-06 "FEMCOM", por "ACCIONA Infraestructuras" (España) a través de los proyectos "CETIC", "Sphera" y "Prometeo"; por Agencia Española de Cooperación Internacional para el Desarrollo (AECID), Ref. A/024063/09; por programa Alban, Programa de Becas de Alto Nivel de la Unión Europea para América Latina, beca Nº E06D101053CO; por el Centro Internacional para los Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), España y por el laboratorio CER-LITEM del Departamento de Resistencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Catalunya, Terrassa, España.

8. REFERENCIAS.

Aiello M.A. and Leone M. (2008). "Interface analysis between FRP EBR system and concrete", Composites Part B: Engineering, Vol 39 Nº 4 pp.618–626

Balzani, C. and Wagner, W. (2008). An interface element for the simulation of delamination in unidirectional fiber-reinforced composite laminates. Engineering Fracture Mechanics 2008, 75(9): 2597-2615.

Barbat A., Oller S., Oñate E. and Hanganu A. (1992). Simulation of damage phenomena in reinforced concrete buildings subjected to seismic actions. Proc. ICNMEAS, Concepción, Chile.

- Barbat A. y Miquel J. (1994). Estructuras sometidas a acciones sísmicas. CIMNE, Barcelona, España.
- Barbero, E.J. (1999). Introduction to composite materials design. Philadelphia, USA: Taylor & Francis.
- Borg, R., Nilsson, L. and Simonsson, K. (2002). Modeling of delamination using a discretized cohesive zone and damage formulation. *Composites and Science Technology* 2002, 62(10-11):1299-1314.
- Camanho, P.P. and Dávila, C.G.(2002). Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials. NASA Technical Report TM-2002-211737.
- Car E., Oller, S., Oñate, E. (2000). An anisotropic elastoplastic constitutive model for large strain analysis of fiber reinforced composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2000; 185(2-4):245-77.
- Car F., Zalamea F., Oller S., Miquel J. and Oñate E. (2002). "Numerical simulation of fiber reinforced composites-Two procedures", *International Journal of Solids and Structures*, Vol.39 N°7 pp.1967–1986.
- Casas J.R. and Pascual J. (2007). "Debonding of FRP in bending: Simplified model and experimental validation", *Construction and Building Materials*, Vol 21 N° 10 pp.1940–1949 .
- Cipollina A., López-Inojosa A., Flórez-López J. (1995). A simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames. *Computers and Structures*, V.54, No.6, pp.1113-1126
- DiPasquale E. and Cakmak A. S. (1989). On the relation between local and global damage indices. Technical Report NCEER-89-0034, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buf falo.
- Hanganu A., Barbat A., Oller S. y Oñate E. (1993). Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado, CIMNE, Barcelona, España.
- Hughes T. J. R., Taylor R. L. and Kanoknukulchai S. (1977). A simple and efficient finite element for bending. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 11, pp 1529-1543.
- Kachanov L. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *Otd. Tech. Nauk.* No. 8, pp. 26-31.
- Lublimer J. (1972). On thermodynamics foundations of non-linear solid mechanics. *Int. Journal non-linear Mechanics*, No.7 pp.237-254.
- Lublimer J. (1985). *Thermomechanics of deformable bodies*. Edited by Department of Civil Engineering University of California, Berkeley USA.
- Lublimer J., Oliver J., Oller S., Oñate E. (1989). A plastic damage model for non linear analysis of concrete. *Int. Solids and Structures* Vol. 25, No. 3, pp. 299-326.
- Lublimer J. (1990). *PlasticityT heory*. Macmillan Publishing, U.S.A.
- Malvern L. (1969). *Introduction to the mechanics of continuos medium*. Prentice Hall, U.S.A.
- Martinez X (2008). Micro-mechanical simulation of composite materials using the serial/parallel mixing theory. Ph.D. thesis. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España.
- Martínez X., Oller S., Rastellini F. and Barbat A. (2008). "A numerical procedure simulating RC structures reinforced with FRP using the serial/parallel mixing theory", *Computers and Structures*, Vol.86 N°15–16 pp.1604–1618.

Martinez, X., Oller, S. and Barbero, E. (2008). Mechanical response of composites. Chapter: Study of delamination in composites by using the serial/parallel mixing theory and a damage formulation. Springer, ECCOMAS series Edition, 2008.

Martinez, X., Oller, S. (2009). Numerical simulation of matrix - reinforced composite materials subjected to compression loads. Archives of Computational Methods in Engineering 2009, 16(4):357-397

Martinez X., Oller S., (2009). Numerical Simulation of Matrix Reinforced Composite Materials Subjected to Compression Loads. Arch. Comput. Methods. Vol 16, No 4 / Dic/2009 de 2009. Pag. 357-397. Eng. DOI 10.1007/s11831-009-9036-3. I.S.S.N. 1134-3060.

Molina M., Oller S., Barbat A., Martinez X., (2009). Estudio de estructuras de Hormigón reforzado con FRP mediante la Teoría de Mezclas Serie/Paralelo. Rev. Internacional de Ingeniería de Estructuras Vol.13 y 14, 1, pp. 29-55. ISSN: 0213-1315.

Molina M. (2009). Estudio numérico de la adherencia de los materiales compuestos como refuerzo en estructuras de hormigón armado. Tesis de Master en Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España.

Molina M., Cruz J., Oller S., Barbat A., Gil L., (2009). Estudio de la interfaz Hormigón-Epoxi-FRP de un ensayo de doble cortante por medio de la Teoría de Mezclas Serie/Paralelo. Rev. Internacional de Ingeniería de Estructuras Vol.13 y 14, 1, pp. 103-121. ISSN: 0213-1315.

Molina M., Oller S., Barbat A., Martínez X., (2010). Análisis numérico de estructuras de hormigón reforzadas con FRP por medio de la teoría de mezclas serie/paralelo. Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y diseño en Ingeniería Vol 26, No.2, pp. 135,175. ISSN: 0213-1315.

Oliver J., Cervera M., Oller S. and Lubliner J. (1990). Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete. SCI-C 1990, Second Int. Conf. on Computer Aided Design of Concrete Structure, Zell am See, Austria, pp. 945-957.

Oller S., Oñate E., Oliver J., Lubliner J. (1990). Finite element non-linear analysis of concrete structures using a plastic-damage model. Engineering Fracture Mechanics Vol. 35, No. 1/2/3, pp 219-231, Pergamon Press

Oller S., Oliver J., Cervera M., Oñate E. (1990). Simulación de Procesos de Localización en Mecánica de Sólidos, Mediante un Modelo Plástico. I Congreso Español de Métodos Numéricos.– pp. 423-431 – Gran Canaria, España.

Oller S., Barbat A., Oñate E. and Hanganu A. (1992). A damage model for the seismic analysis of building structures, Proc. 10th WCEE Madrid, España.

Oller S., Oñate E., Miquel J. and Botello S. (1994). A plastic damage constitutive model for composite materials. to be published: Int. Jour. Solid and Structures.

Oller S., Botello S., Miquel J. and Oñate E. (1995). An anisotropic elasto-plastic model based on an isotropic formulation. Int. Jour. Engineering Computation Vol-12, 245-262.

Oller S., Botello S., Miquel J. and Oñate E. (1995). "An anisotropic elastoplastic model based on an isotropic formulation", Engineering Computations, Vol.12 N°3 pp.245–262 (1995).

Oller S., Luccioni B., Barbat A., (1996). Revista Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Vol. 12, 2, 215-238.

Oller S. (2001). Dinámica no-lineal. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Barcelona, España.

Ozcan O., Binici B., Ozcebe G. (2008). Improving seismic performance of deficient reinforced concrete columns using carbon fiber-reinforced polymers. *Engineering Structures* 30 (6) 1632–1646.

Parvin A., Wang W. (2002). Concrete columns confined by fiber composite wraps under combined axial and cyclic lateral loads. *Composite Structures* 58 (4) 539–549.

Rastellini F. (2006). Modelación numérica de la no-linealidad constitutiva de laminados compuestos. Ph.D. thesis. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España.

Rastellini F., Oller S., Salomon O. and Oñate E. (2008). “Composite materials non-linear modelling for long fibre-reinforced laminates: Continuum basis, computational aspects and validations”, *International Journal of Computers & Structures*, Vol.86 N°9 pp.879–896.

Simo J., Ju J. (1987). Strain and Stress - Based Continuum damage Models I. Formulation. *Int. J. Solids Structures*, Vol.23, No.7, pp.821-840.

Tastani S.P., Pantazopoulou S.J. (2008). Detailing procedures for seismic rehabilitation of reinforced concrete members with fiber reinforced polymers. *Engineering Structures* 30 (2) 450–461.

Turon, A., Camanho, P.P., Costa, J., and Dávila, C.G. (2006). A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-mode loading. *Mechanics of Materials* 2006, 38(11):1072-1089

Zienkiewicz, O. C., Taylor, L.R., (1991). *The finite element method*, McGraw-Hill, London, England